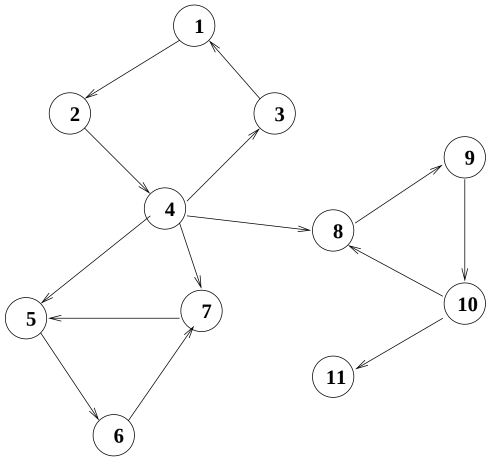
Algorithmique des Graphes – TD 5

Exercice 1

Appliquer l'algorithme vu en cours pour déterminer les composantes fortement connexes au graphe ci-dessous :



Exercice 2

La *clôture transitive* s'un graphe orienté G est le graphe dont les sommets sont les sommets de G, et les arcs sont les $s_1 \rightarrow s_2$ tels qu'il existe dans G un chemin de s_1 à s_2.

On se propose de calculer la clôture transitive G' de G au moyen de l'algorithme suivant (de Warshall) :

```
G' <- G
pour tout sommet i de G'
     pour tout prédécesseur j de i dans G'
          pour tout successeur k de i dans G'
               ajouter (j,k) aux arcs de G'
```

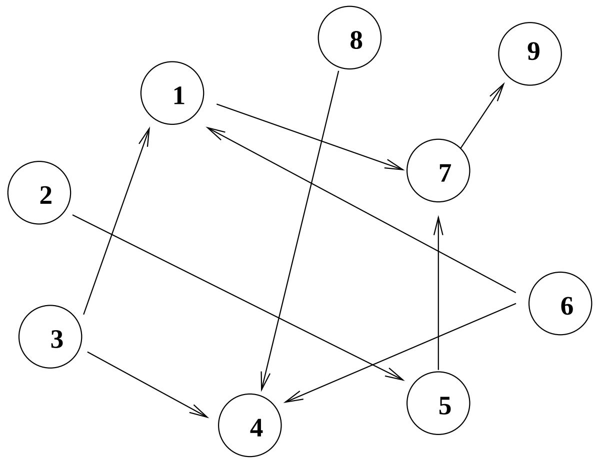
Prouver la correction de l'algorithme. Dans le cas où le graphe est donné par une matrice d'adjacence, quelle est sa complexité ?

Exercice 3

On se donne la clôture transitive G' d'un graphe G. Comment déterminer les composantes fortement connexes de G ?

Exercice 4

Appliquer l'algorithme de tri topologique basé sur l'algorithme PP de parcours en profondeur au graphe :



Solutions (sktech) pour le chargé de TD

Ex. 2 : soient $i_1, \ldots, i_n$ les sommets de G dans l'ordre où ils sont traités. Il faut démontrer qu'au début du traitement de i_p, `(j,k)` est un arc de `G'` si et seulement s'il existe, dans `G`, un chemin de `j` à `k` dont les sommets intermédiaires sont parmi $i_1, \ldots, i_{p-1}$. La complexité est $O(n^3)$.

Ex. 3 : la CFC de chaque sommet s est l'ensemble contenant s et tous les sommets s' tels qu'il existe dans G' des arcs $s \to s'$ et $s' \to s$.