

Graphe universel pour les graphes sans mineur

Cyril Gavoille, LABRI, Université de Bordeaux, gavoille@labri.fr
Amaury Jacques, LABRI, Université de Bordeaux, amaury.jacques@labri.fr

Un *graphe universel induit* (GUI) pour une famille \mathcal{F} est un graphe U contenant tous les graphes de \mathcal{F} comme sous-graphes induits. On s'intéresse ici à minimiser sa taille, c'est-à-dire le nombre de sommets de U .

Pour la famille de tous les graphes planaires à n sommets, un GUI de taille $n \cdot 2^{\sqrt{\log n}}$ est connu [1, 4]. De manière plus générale, les graphes sans mineur (*H-minor-free*) possèdent un GUI de taille $n^2 \cdot (\log n)^{O(1)}$ [3]. À notre connaissance, la meilleure borne inférieure connue pour les graphes planaires est de $11 \lfloor n/6 \rfloor$, obtenue par [2] en considérant une famille de 3 graphes planaires particuliers à n sommets. Montrer une meilleure borne inférieure, par exemple super-linéaire, à l'aide d'une famille restreinte de graphes, semble difficile. En effet, nous montrons que toute famille de t graphes planaires, et plus généralement sans mineur, possède un GUI de taille $O(\sqrt{t} \cdot n)$.

Par ailleurs, pour les graphes planaires, nous montrons une nouvelle borne inférieure de $10.52n$. De plus, nos résultats précédents démontrent que dépasser cette borne nécessiterait de considérer une famille d'au moins $t \geq 140$ graphes planaires.

Références

- [1] V. DUJMOVIĆ, L. ESPERET, C. GAVOILLE, G. JORET, P. MICEK, AND P. MORIN, *Adjacency labelling for planar graphs (and beyond)*, Journal of the ACM, 68 (2021), pp. Article No. 42, pp. 1–33.
- [2] L. ESPERET, A. LABOUREL, AND P. OCHEM, *On induced-universal graphs for the class of bounded-degree graphs*, Information Processing Letters, 108 (2008), pp. 255–260.
- [3] C. GAVOILLE AND A. LABOUREL, *Shorter implicit representation for planar graphs and bounded treewidth graphs*, in 15th Annual European Symposium on Algorithms (ESA), L. Arge and E. Welzl, eds., vol. 4698 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, Oct. 2007, pp. 582–593.
- [4] P. GAWRYCHOWSKI AND W. JANCZEWSKI, *Simpler adjacency labelling for planar graphs with B-trees*, in 25th Symposium on Simplicity in Algorithms (SOSA), ACM-SIAM, Jan. 2022, pp. 24–36.