

## C. Gavoille et A. Jacques : Graphes universels pour de petites familles de graphes

Cyril Gavoille, LaBRI, U. Bordeaux, [gavoille@labri.fr](mailto:gavoille@labri.fr)

Amaury Jacques, LaBRI, U. Bordeaux, [amaury.jacques@labri.fr](mailto:amaury.jacques@labri.fr)

Un *graphe universel (induit)* pour une famille donnée de graphes  $\mathcal{F}$  est un graphe  $\mathcal{U}$  contenant tous les graphes de  $\mathcal{F}$  comme sous-graphe induit. L'étude des graphes universels est motivée par le fait que si une famille  $\mathcal{F}$  possède un graphe universel  $\mathcal{U}$ , alors  $\mathcal{F}$  possède également un schéma d'étiquetage d'adjacence avec des étiquettes de taille  $\lceil \log_2 |V(\mathcal{U})| \rceil$  bits. Un schéma d'étiquetage est une manière distribuée de représenter un graphe en permettant de déterminer l'adjacence de deux sommets uniquement à l'aide d'étiquettes associées à ces mêmes sommets.

L'objectif de ce travail est de déterminer de nouvelles bornes inférieures pour le plus petit graphe universel (en nombre de sommets), notamment de la famille des caterpillars à  $n$  sommets [2] et des arbres à  $n$  sommets [1]. La meilleure borne inférieure actuellement connue pour ces familles est de  $\lfloor 3n/2 \rfloor$ . Elle peut être facilement obtenue en considérant le graphe universel d'une étoile et d'un chemin. Nous montrons que toute famille composée de trois caterpillars à  $n$  sommets possède un graphe universel d'au plus  $3n/2 + O(1)$  sommets. Plus généralement nous montrons que toute famille composée de trois arbres à  $n$  sommets possède un graphe universel d'au plus  $3n/2 + O(\log n)$  sommets. Cela démontre que toute tentative d'amélioration significative de la borne inférieure actuelle doit considérer au moins *quatre* arbres.

Ces résultats quasi-optimaux sont déduits d'une construction assez générale d'un graphe universel pour toute famille de  $t$  graphes,  $k$ -coloriable et de largeur-chemin  $p$ .

## Références

- [1] S. Alstrup, S. Dahlgaard et M. Bæk Tejs Knudsen, *Optimal induced universal graphs and adjacency labeling for trees*, J. of the ACM : 64(4), 1–22, 2017.
- [2] C. Gavoille et A. Labourel, *Smaller Universal Graphs for Caterpillars and Graphs of Bounded Path-Width*, 11th International Colloquium on Graph Theory (ICGT), #54, Jul. 2022.