

## Dessin et mineur de graphe

Cyril Gavaille, LaBRI, Bordeaux, [gavaille@labri.fr](mailto:gavaille@labri.fr)

Claire Hilaire, LaBRI, Bordeaux, [claire.hilaire@u-bordeaux.fr](mailto:claire.hilaire@u-bordeaux.fr)

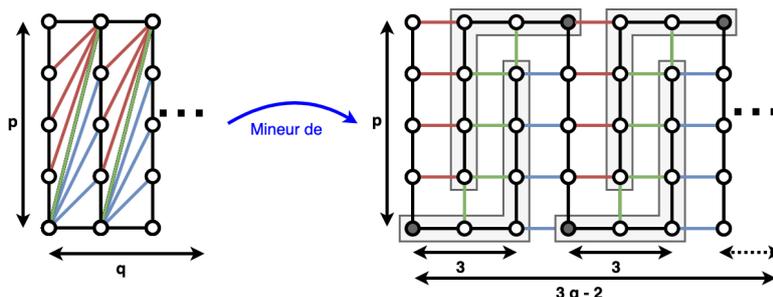
Nous considérons le problème suivant, motivé par le théorème d'exclusion de grille comme mineur de Robertson et Seymour :

« Étant donné un graphe  $H$  possédant un dessin planaire en lignes brisées sur une grille  $p \times q$ , quelle est la taille  $s = s(p, q)$  du côté de la plus petite grille carrée possédant  $H$  comme mineur ? »

En effet, il a été montré que tout graphe planaire  $G$  excluant une telle grille comme mineur, et donc le graphe planaire  $H$ , a une largeur arborescente au plus  $O(s)$ . Comme  $H$  est planaire et possède au plus  $pq$  sommets, il suit, par un autre résultat classique de la théorie des mineurs de graphes, qu'il est mineur d'une grille carrée de taille  $s \leq 2pq - 4$ . Et donc  $s(p, q) = O(pq)$ .

Récemment, [1] ont montré que  $s(p, q) = O(p\sqrt{q})$ , laissant ouverte la question de savoir si  $s(p, q) = O(\sqrt{pq})$ , ce qui serait optimal puisque, par exemple, une grille  $H$  de dimension  $p \times q$  ne peut être mineur d'une grille  $\lfloor \sqrt{pq} - 1 \rfloor \times \lfloor \sqrt{pq} - 1 \rfloor$  qui a moins de sommets que  $H$ .

Nous apportons des réponses positives mais partielles à cette question, en montrant par exemple que  $s(p, q) = O(\sqrt{pq})$  si  $H$  est un *apex-tree*, c'est-à-dire un graphe dont la suppression d'un sommet le rend acyclique, ou si le dessin de  $H$  possède une certaine propriété de monotonie sur chacune de ces colonnes.



## Références

- [1] Y. DIENG AND C. GAVAILLE, *On the treewidth of planar minor free graphs*, in 4th EAI Int'nl Conf. on Innov. and Interdisciplinary Sol. for Underserved Areas (InterSol), vol. 321 of Lecture Notes of the Inst. for Comp. Sci., Soc. Info. and Telecom. Eng., Springer, Cham, Mar. 2020, pp. 238–250. [doi: 10.1007/978-3-030-51051-0\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-030-51051-0_17).