

AlgoTel 2015

ROUTER DANS INTERNET AVEC 15 ENTRÉES

Cyril Gavaille¹

Christian Glacet¹

Nicolas Hanusse^{1,2}

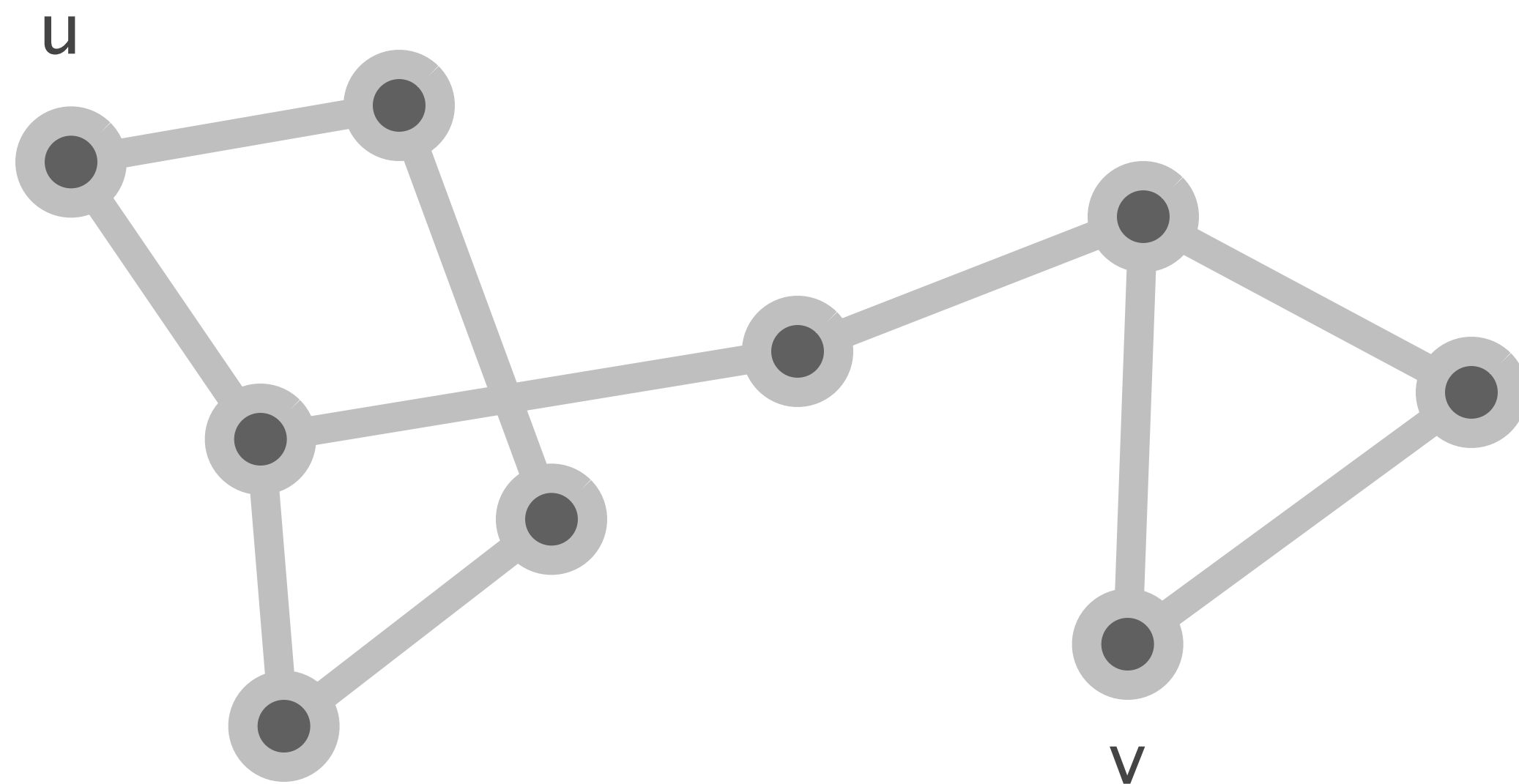
David Ilcinkas^{1,2}

¹ LaBRI – Université de Bordeaux

² CNRS

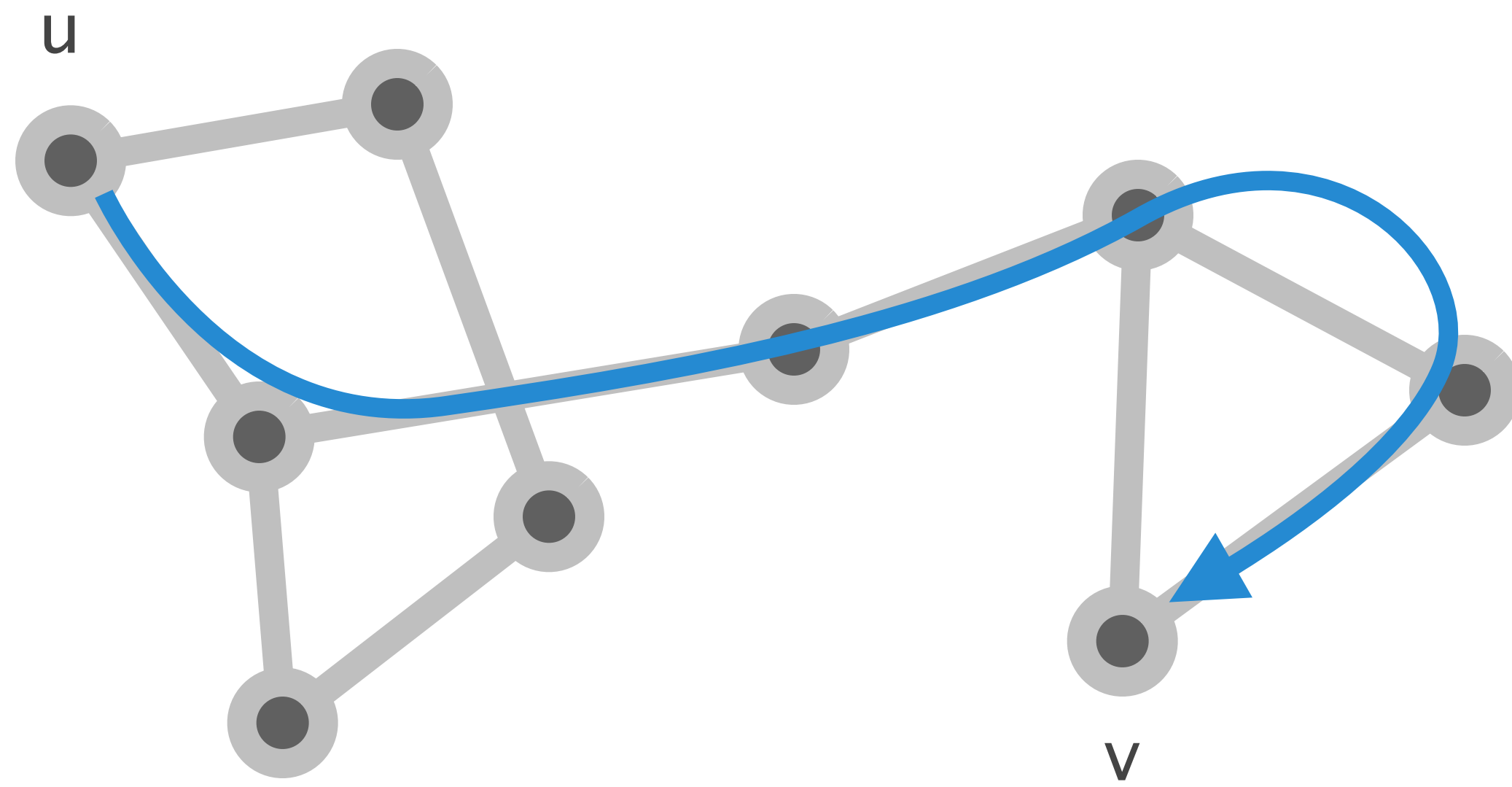
ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES



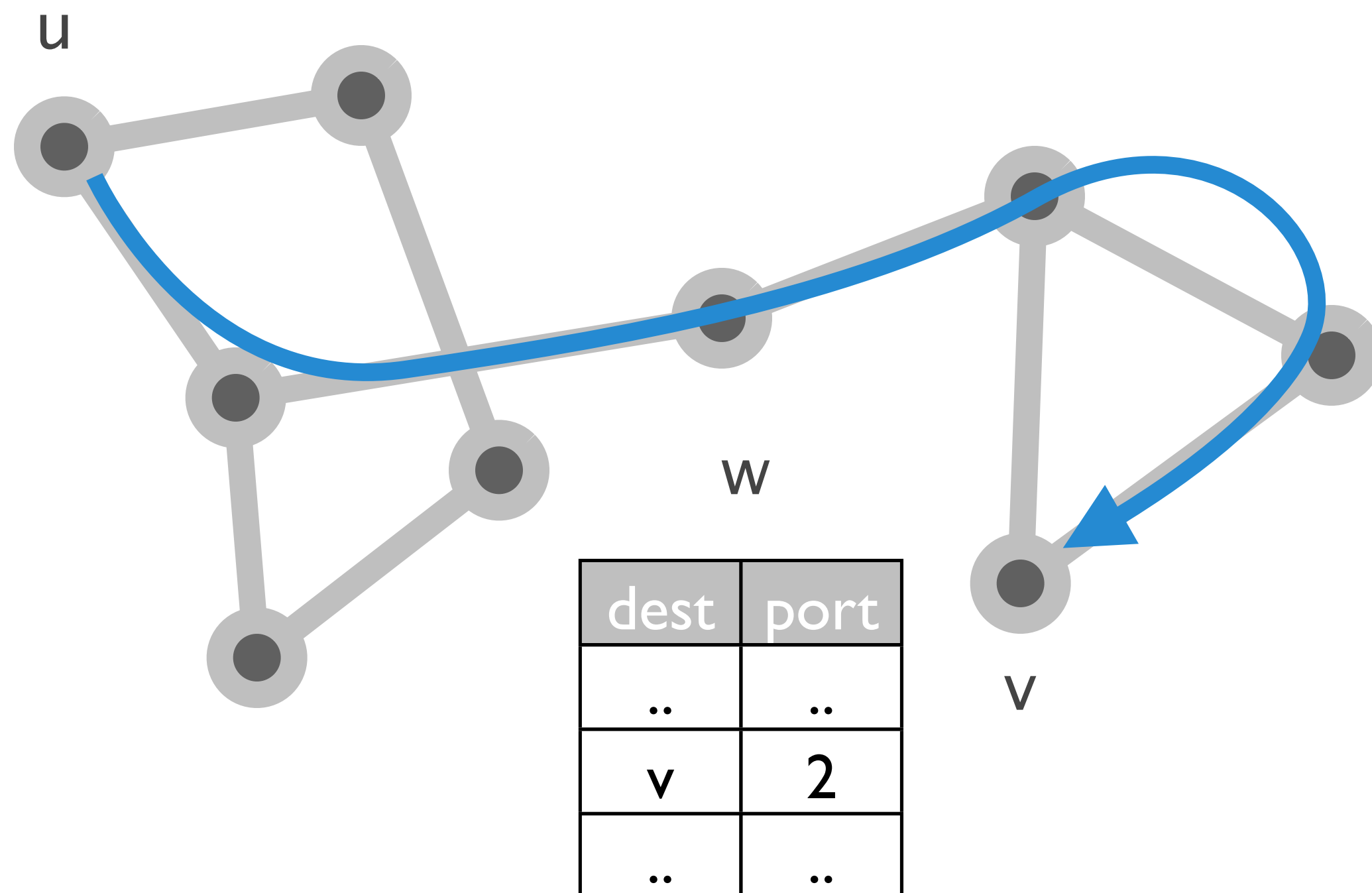
ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES



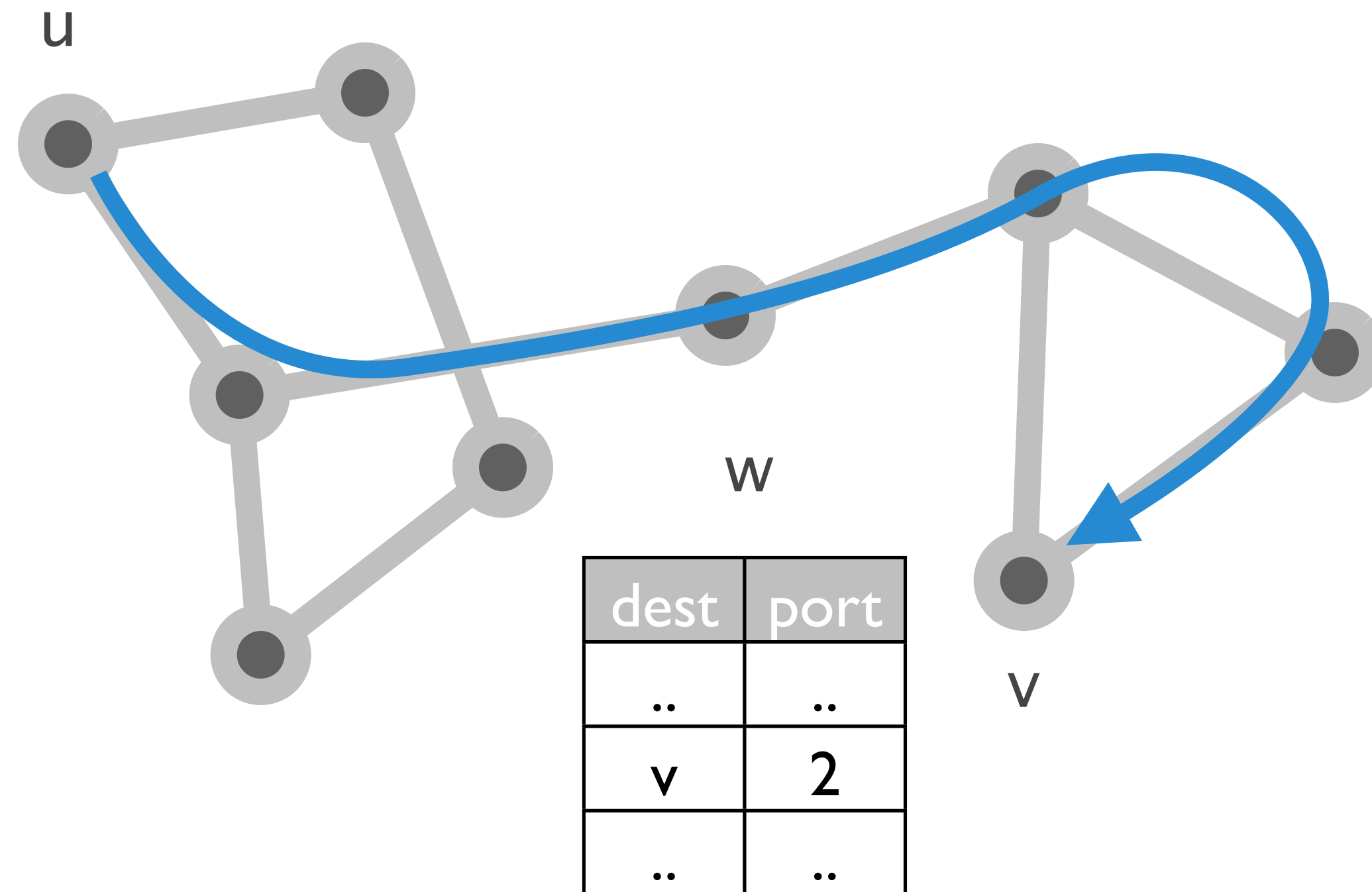
ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES



ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES

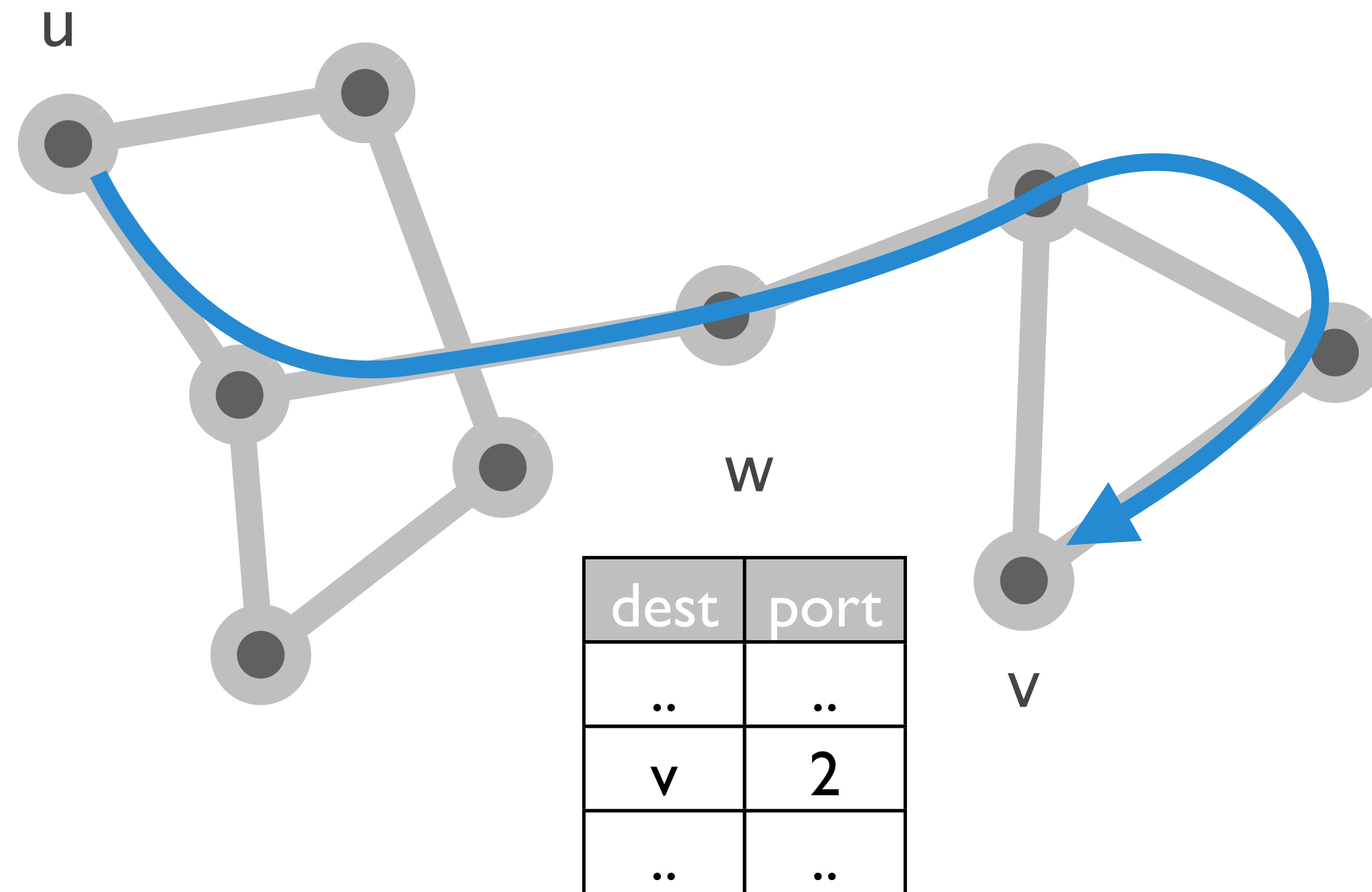


Mesure de performance n°1

entrées stockées

ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES



longueur de la route = 5
distance dans le graphe = 4

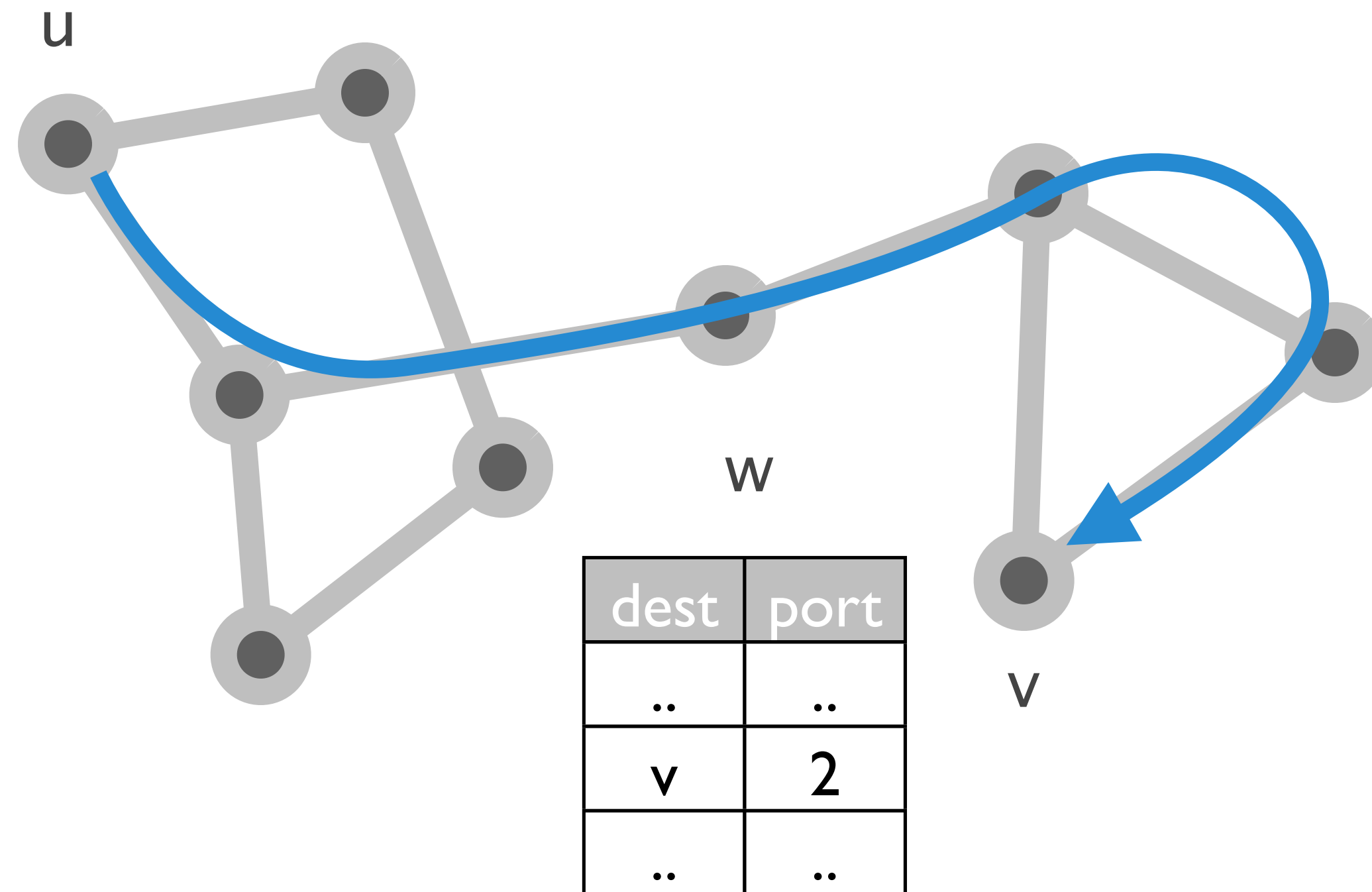
La route (u,v) a un étirement de $5/4$.
(ratio longueur / distance)

Mesure de performance n°1

entrées stockées

ROUTAGE

MESURES DE PERFORMANCES



Mesure de performance n°1

entrées stockées

longueur de la route = 5
distance dans le graphe = 4

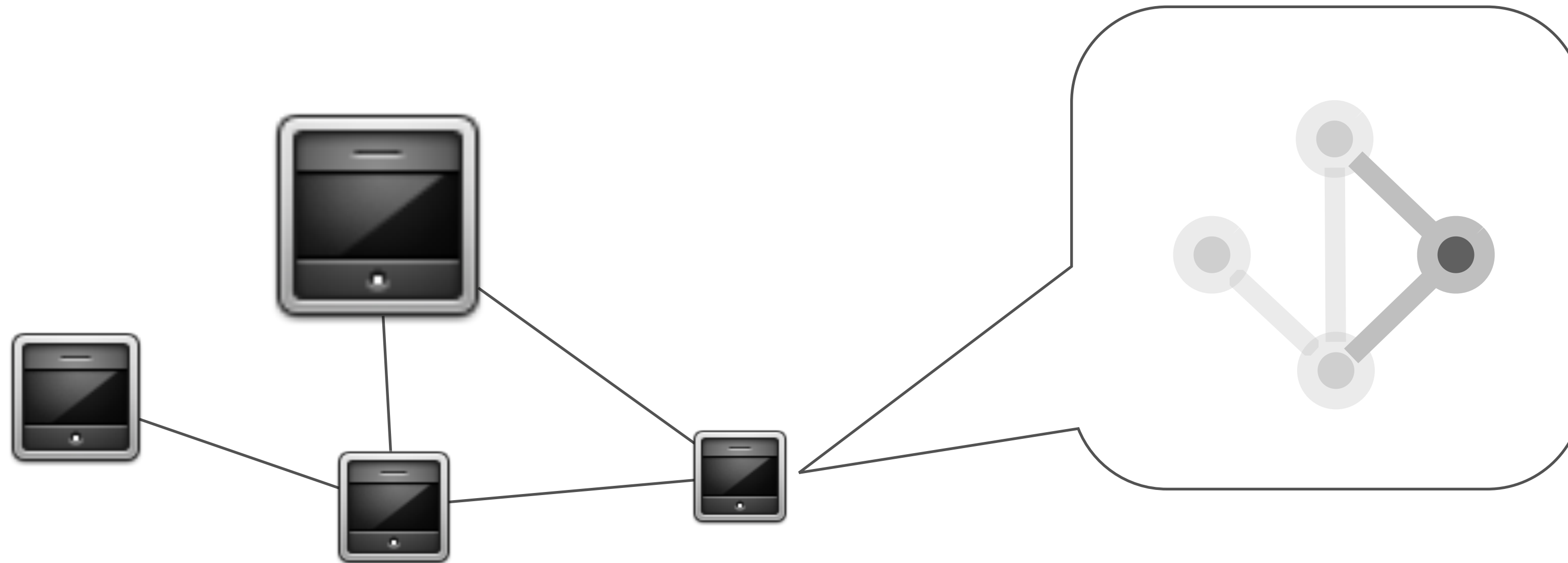
La route (*u,v*) a un étirement de **5/4**.
(ratio longueur / distance)

Mesure de performance n°2

Étirement maximal
parmi toutes les routes proposées

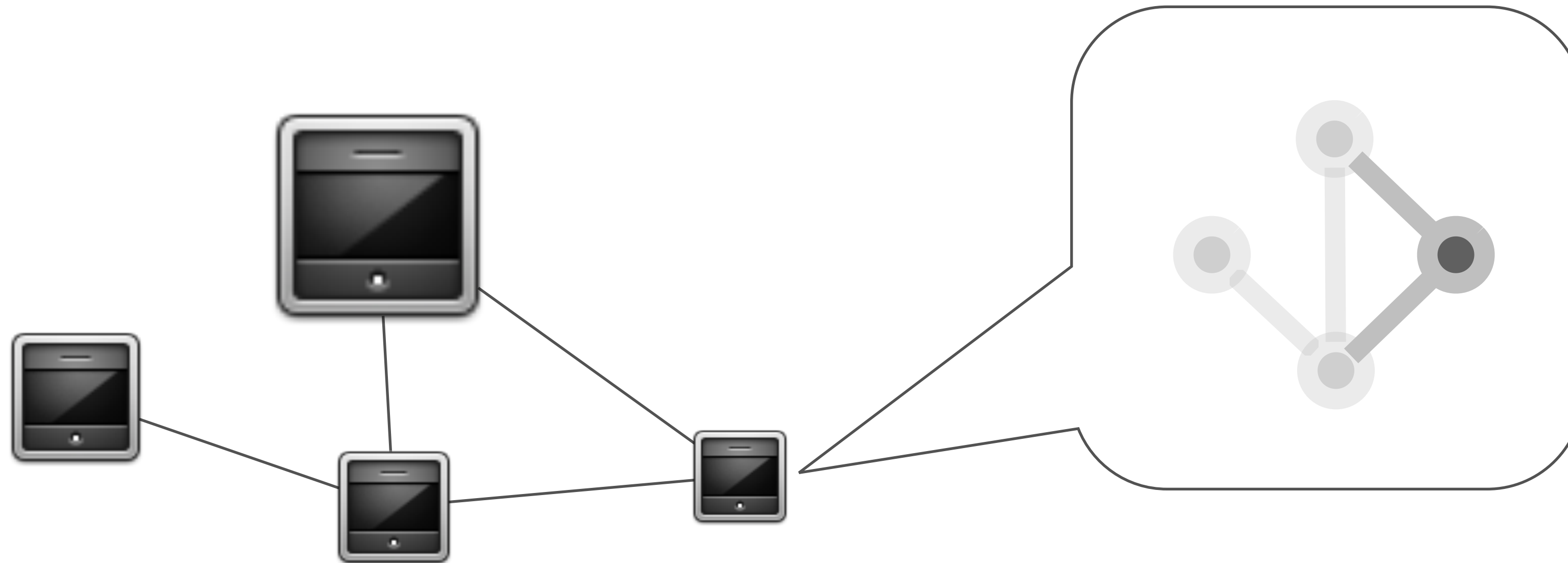
CALCULER LES TABLES DE ROUTAGE

... DE MANIÈRE DISTRIBUÉE



CALCULER LES TABLES DE ROUTAGE

... DE MANIÈRE DISTRIBUÉE



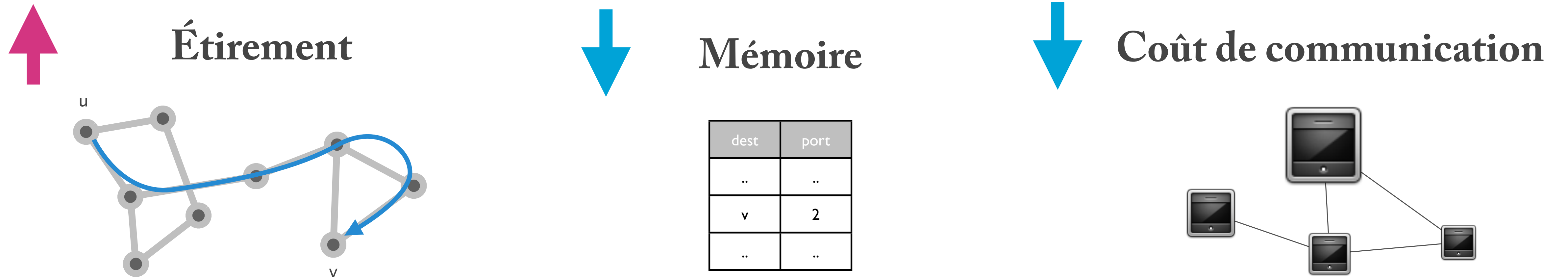
Connaissance partielle du graphe:
⇒ **communiquer** pour calculer les tables de routage

Mesure de performance n°3:

d'identifiants échangés

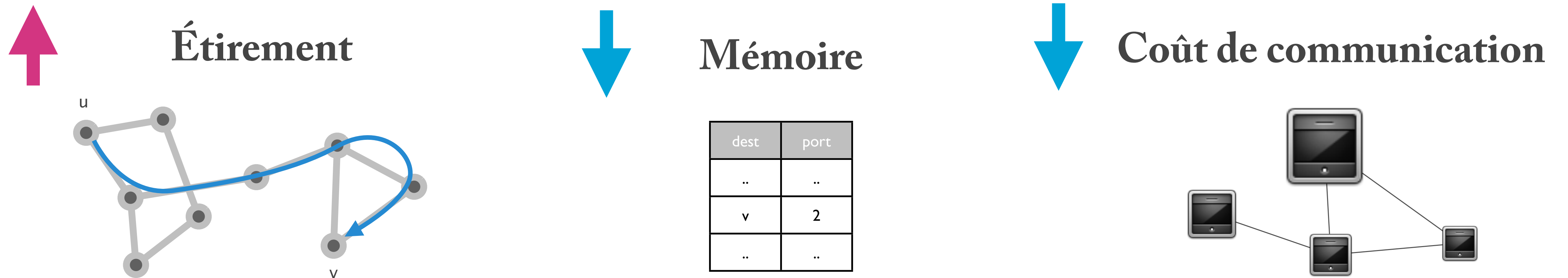
MESURES DE PERFORMANCES

ROUTAGE COMPACT



MESURES DE PERFORMANCES

ROUTAGE COMPACT



Routing compact = **sacrifier l'étirement**
au profit de la **mémoire** (et du **coût de communication**).

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement	Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1	$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement	Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1	$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	$\Omega(n)$	—

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement	Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1	$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	$< 2k+1$	$\Omega(n^{1/k})$	—

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement	Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1	$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3	$\Omega(n)$	—

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$	—

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$	—
[AGM'08]	3		$\tilde{O}(\sqrt{n})$	centralisé

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire		Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$		$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$		—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$		—
	< 5		$\Omega(\sqrt{n})$		—
[AGM'08]	3		$\tilde{O}(\sqrt{n})$		centralisé

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$	—
	< 5		$\Omega(\sqrt{n})$	—
[AGM'08]	3	\sim optimal	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	centralisé

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$	—
	< 5		$\Omega(\sqrt{n})$	—
[AGM'08]	3	\sim optimal	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	centralisé
[Elkin'05]	$1+\varepsilon$		$O(n)$	$O(n^2)$
[SGF+10]	7		$\tilde{O}(\sqrt{n})$	NC

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

COMPROMIS

	Étirement		Mémoire	Coût de comm.
Folklore	1		$\tilde{O}(n)$	$\tilde{O}(n^2)$
[GP'06]	1	optimal	$\Omega(n)$	—
[AGM'06]	< 3		$\Omega(n)$	—
	< 5		$\Omega(\sqrt{n})$	—
[AGM'08]	3	\sim optimal	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	centralisé
[Elkin'05]	$1+\varepsilon$		$O(n)$	$O(n^2)$
[SGF+10]	7		$\tilde{O}(\sqrt{n})$	NC
[GGHI'13]	7		$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$
dans ma thèse	5		$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$

QUELQUES RÉSULTATS EXISTANTS

VERSION POUR LE DERNIER RANG

	Étirement	Mémoire	Coût de comm.
plus court chemins	< 3	$\Theta(n)$	$\Theta(n^2)$
On peut faire $o(n)$	3	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	centralisé
... en “économisant” des messages	5	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$

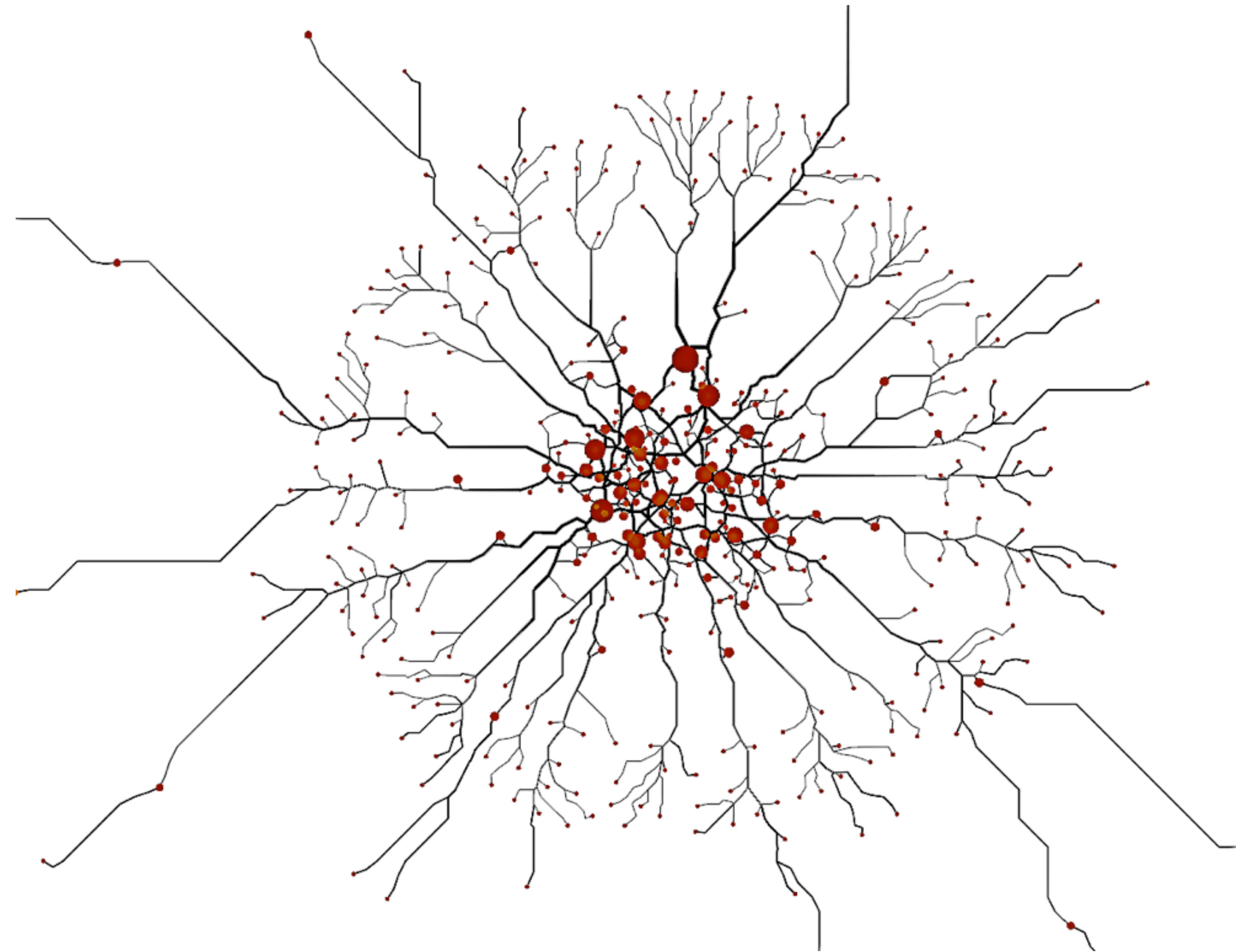
GRAPHES "POWER LAW"

En particulier, les graphes ressemblant à internet ont un **centre très dense** alors que le reste du graphe (sa grande majorité) est très éparsé.

Est-il possible de tirer profit de cette observation ?

Pour répondre à cette question, plusieurs études d'utilisent un modèle de graphe synthétique, RPLG*

*Random Power Law Graph



TIRER PROFIT DE LA TOPOLOGIE

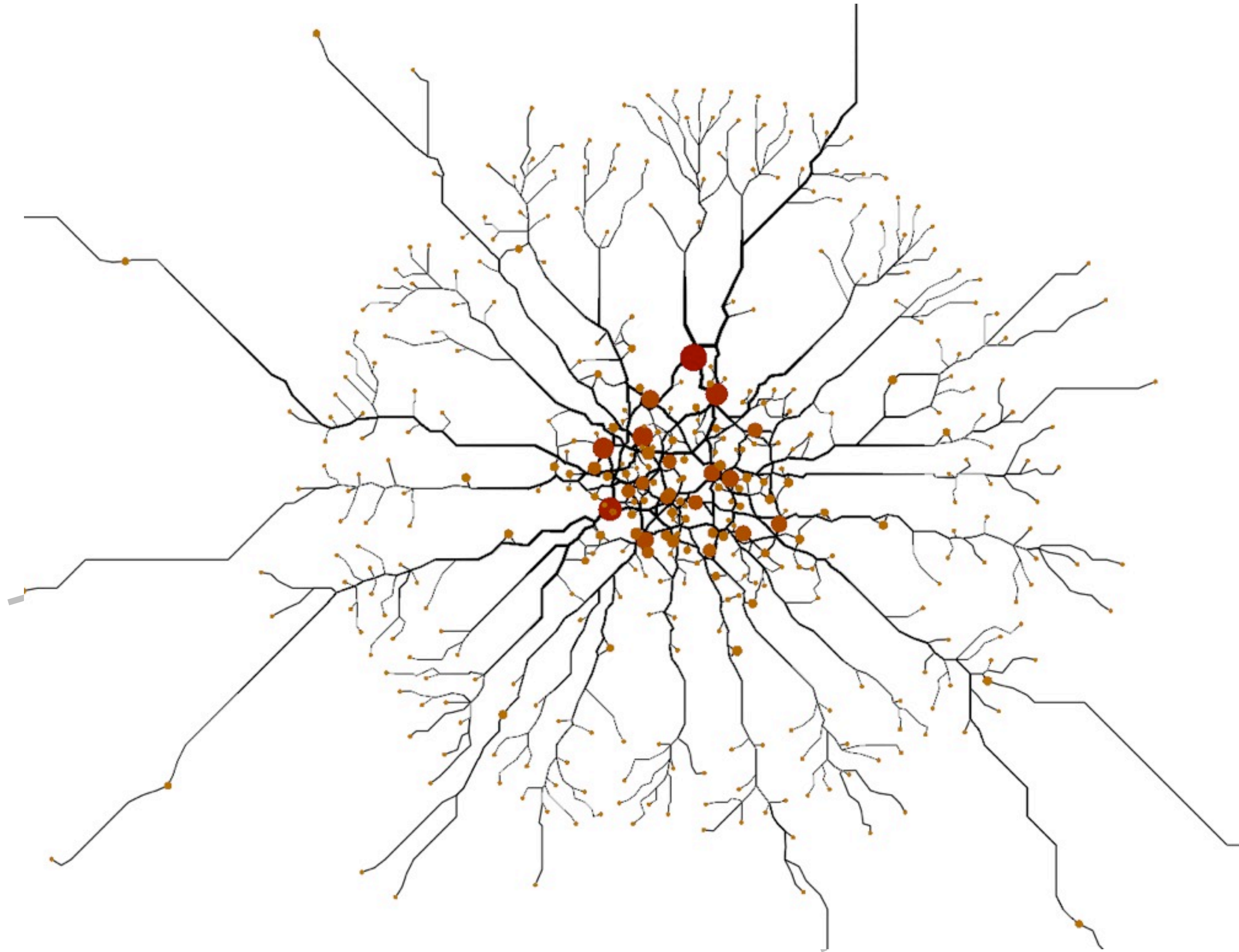
RÉSULTATS EXISTANTS SUR LES “RPLG”

	Étirement	Mémoire		Coût de comm.
		moyenne	max.	
Universel Pour comparaison	5	$O(\sqrt{n})$	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$
[CSTW'12] TZ + landmarks dans le centre	5	$\tilde{O}(n^{1/12})$	$\tilde{O}(n^{1/12})$	centralisé
[TZLL'13] nommé HDLBR	≥ 6	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(n)$	centralisé

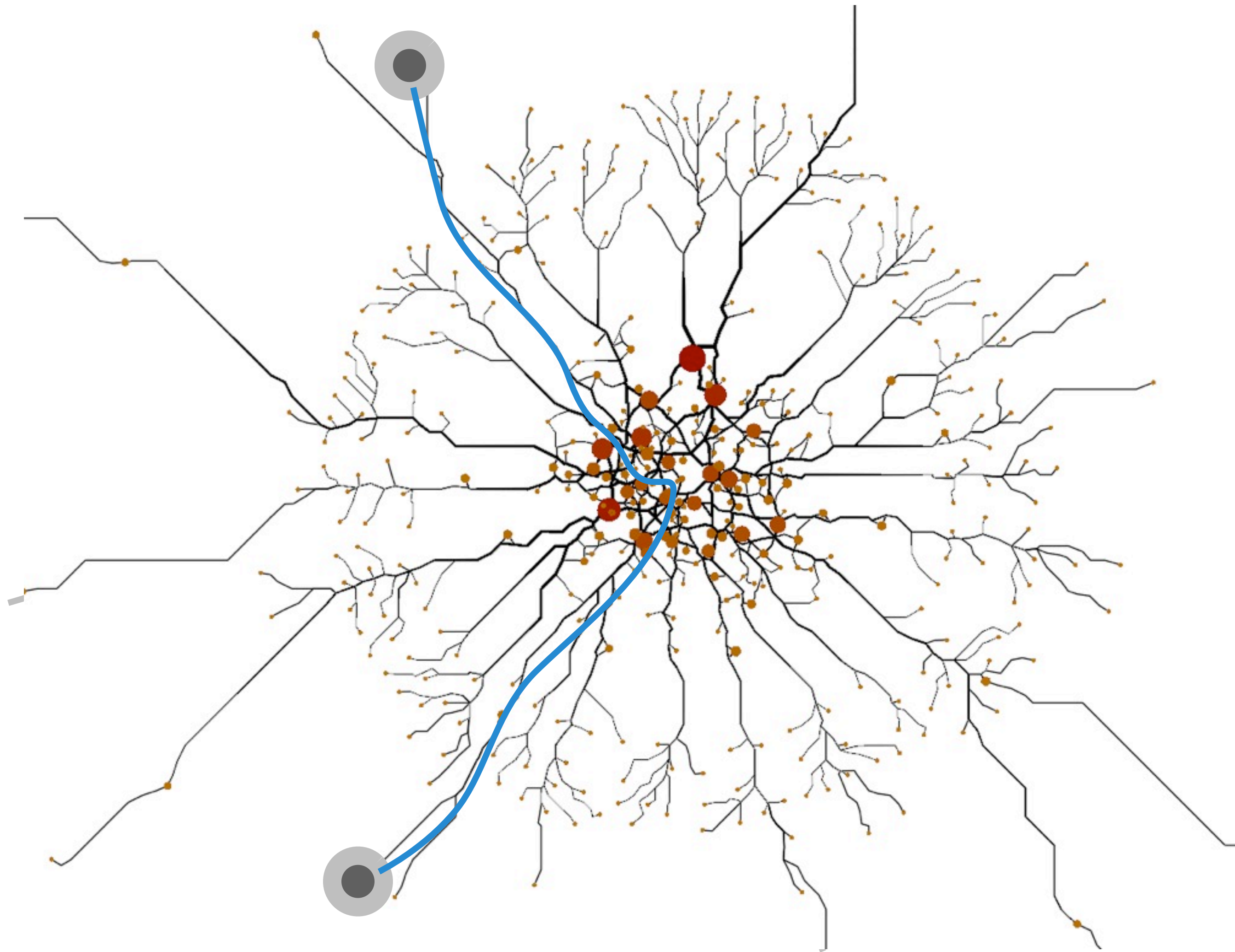
Étiqueté !

NOTRE SOLUTION

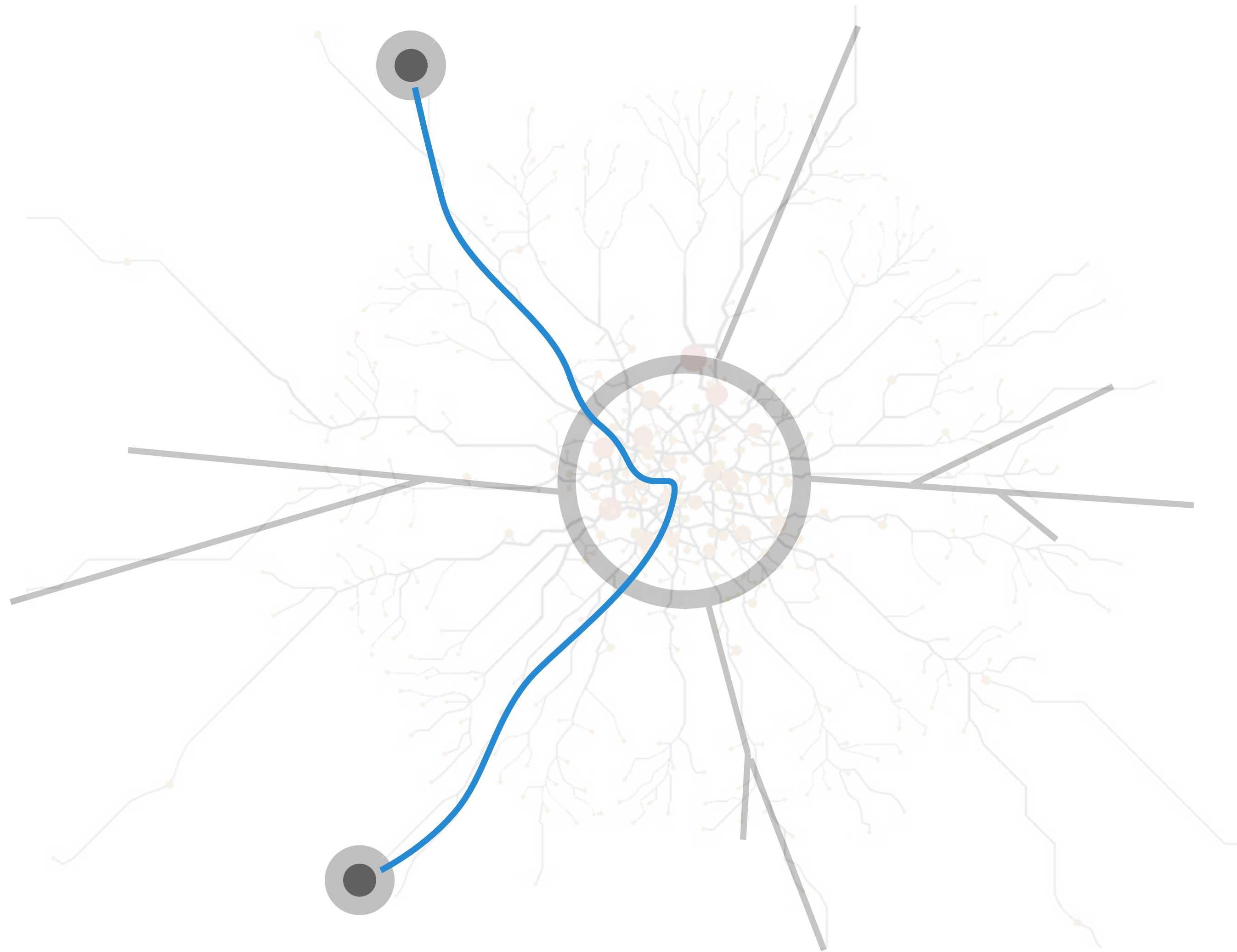
PROPRIÉTÉS UTILISÉES



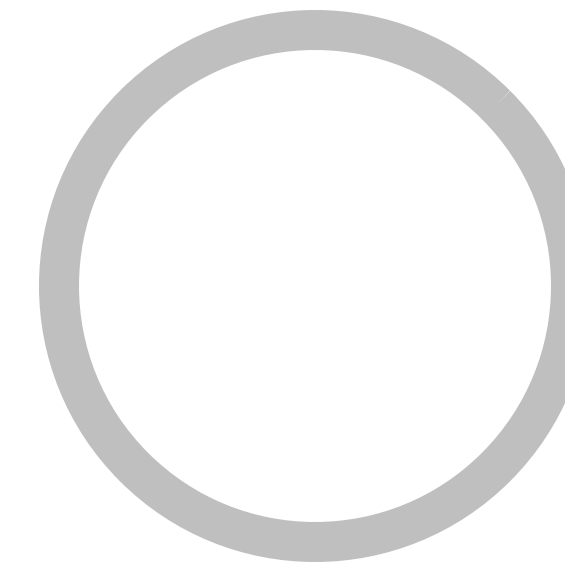
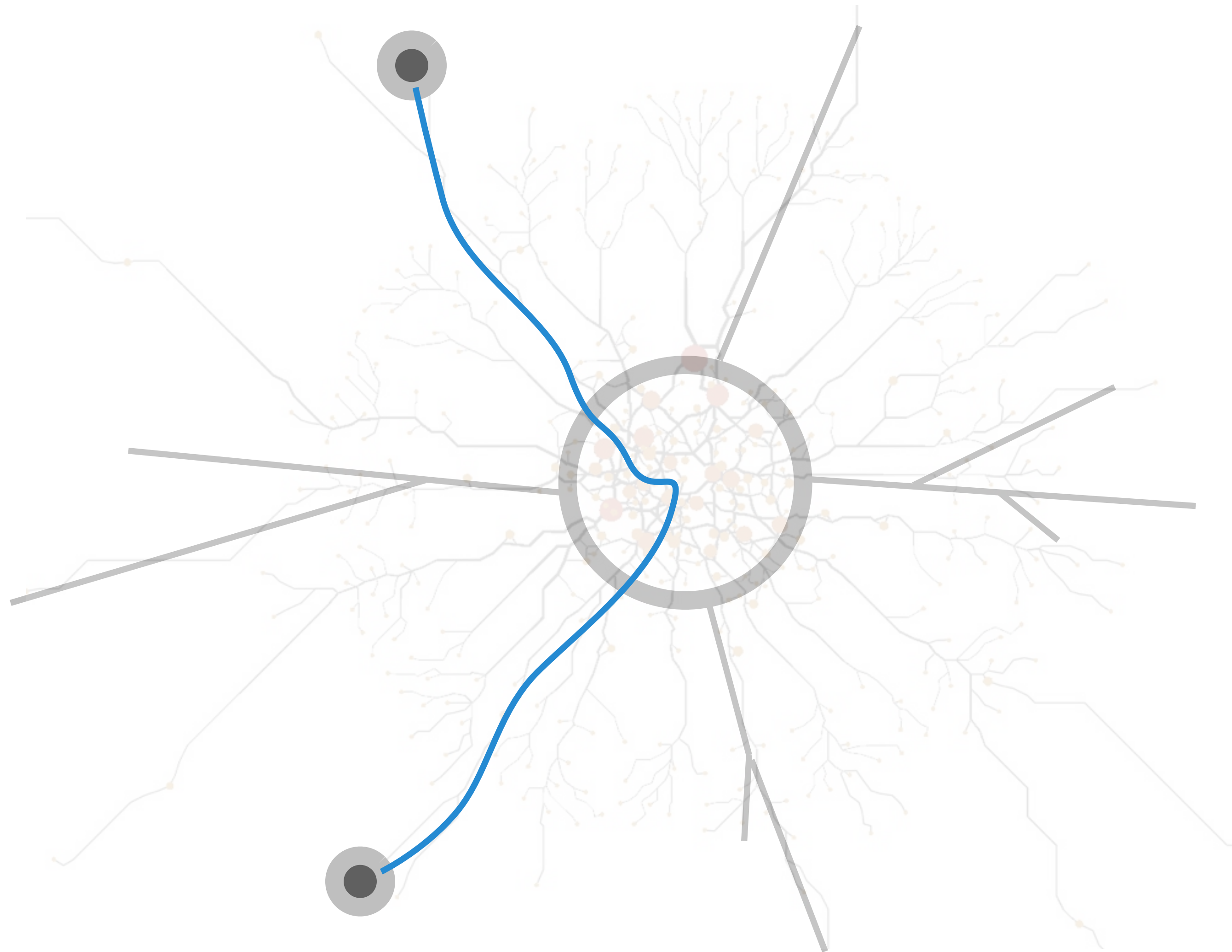
PROPRIÉTÉS UTILISÉES



PROPRIÉTÉS UTILISÉES



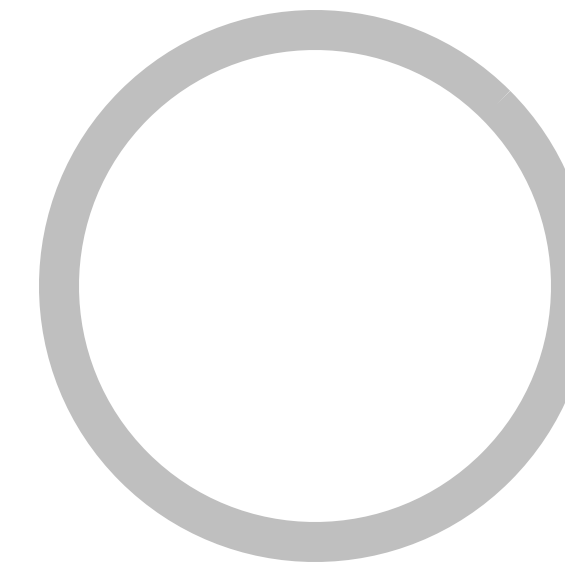
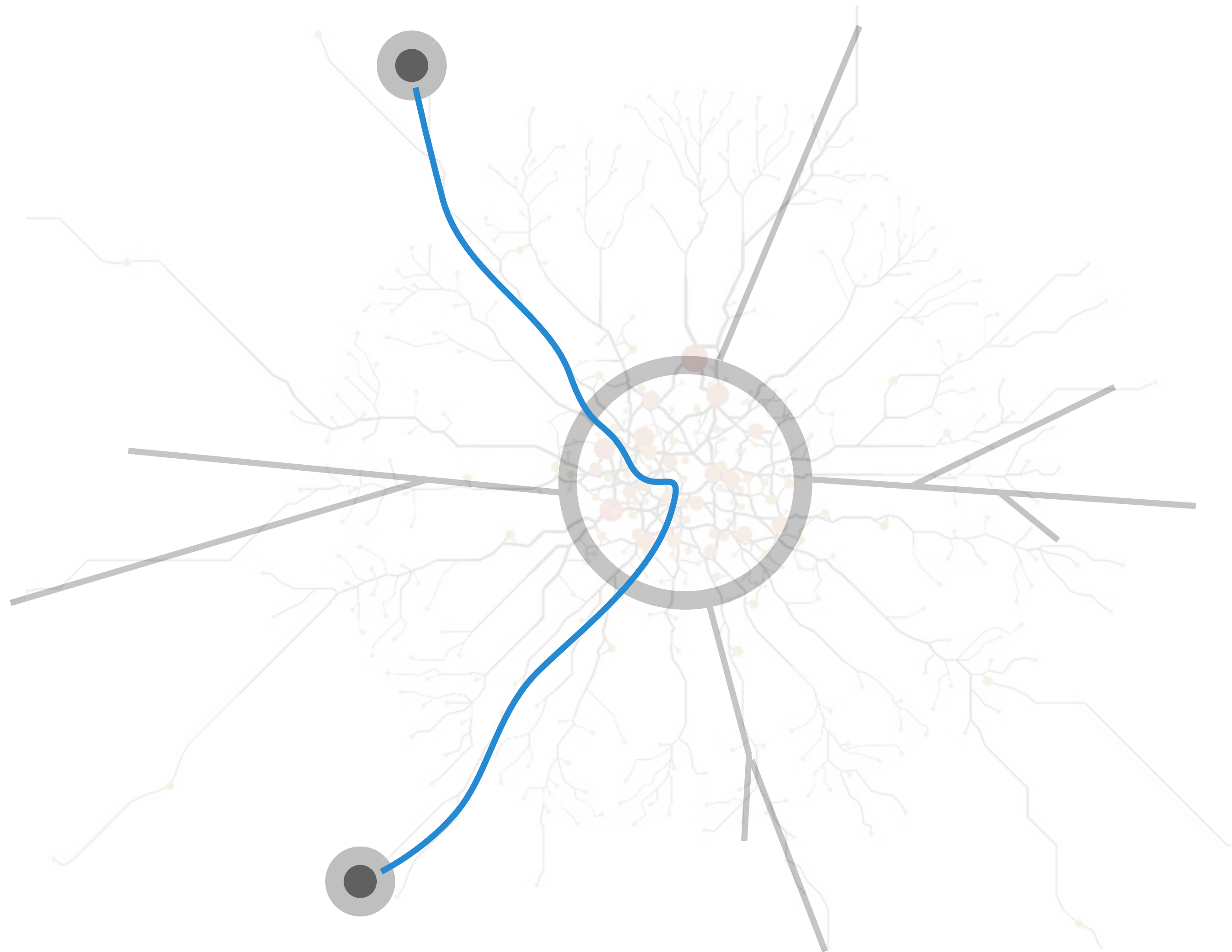
PROPRIÉTÉS UTILISÉES



Très dense et central

En dehors, quasiment un arbre

PROPRIÉTÉS UTILISÉES

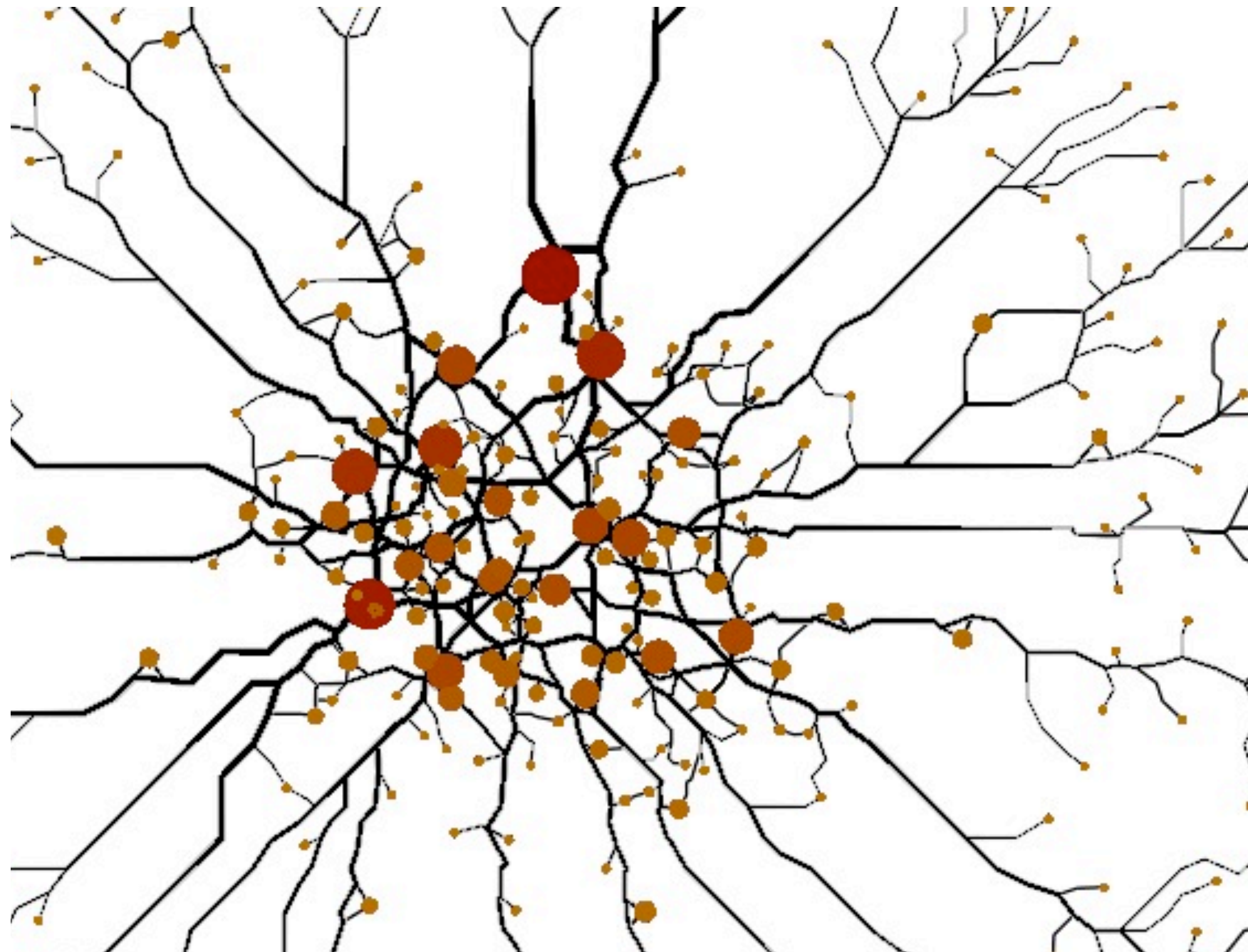


Très dense et central

En dehors, quasiment un arbre

Le graphe a un petit diamètre

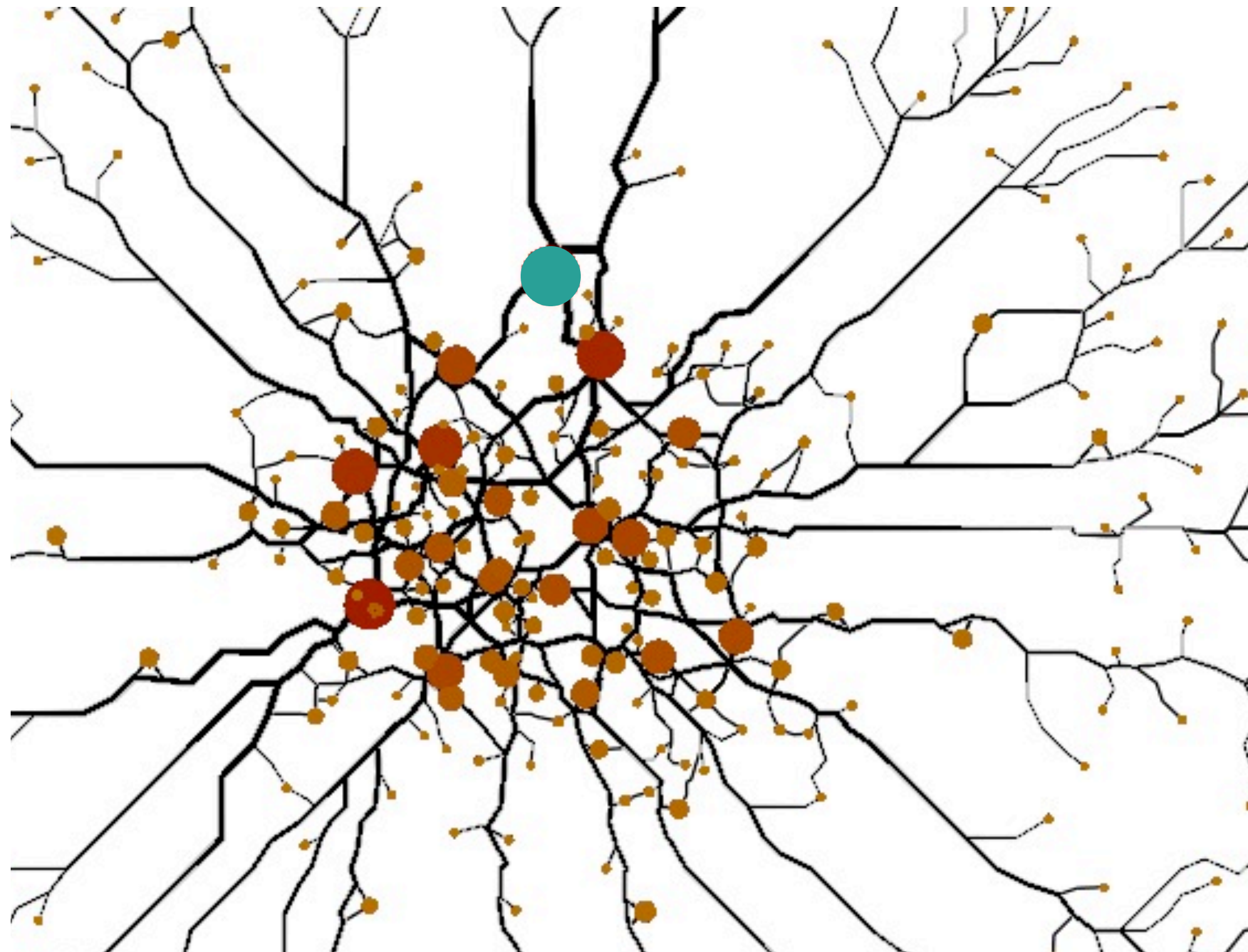
TROUVER LE CENTRE ?



Centre = sommets les plus proches du sommet de degré Max.

La taille du centre est un paramètre de l'algorithme.

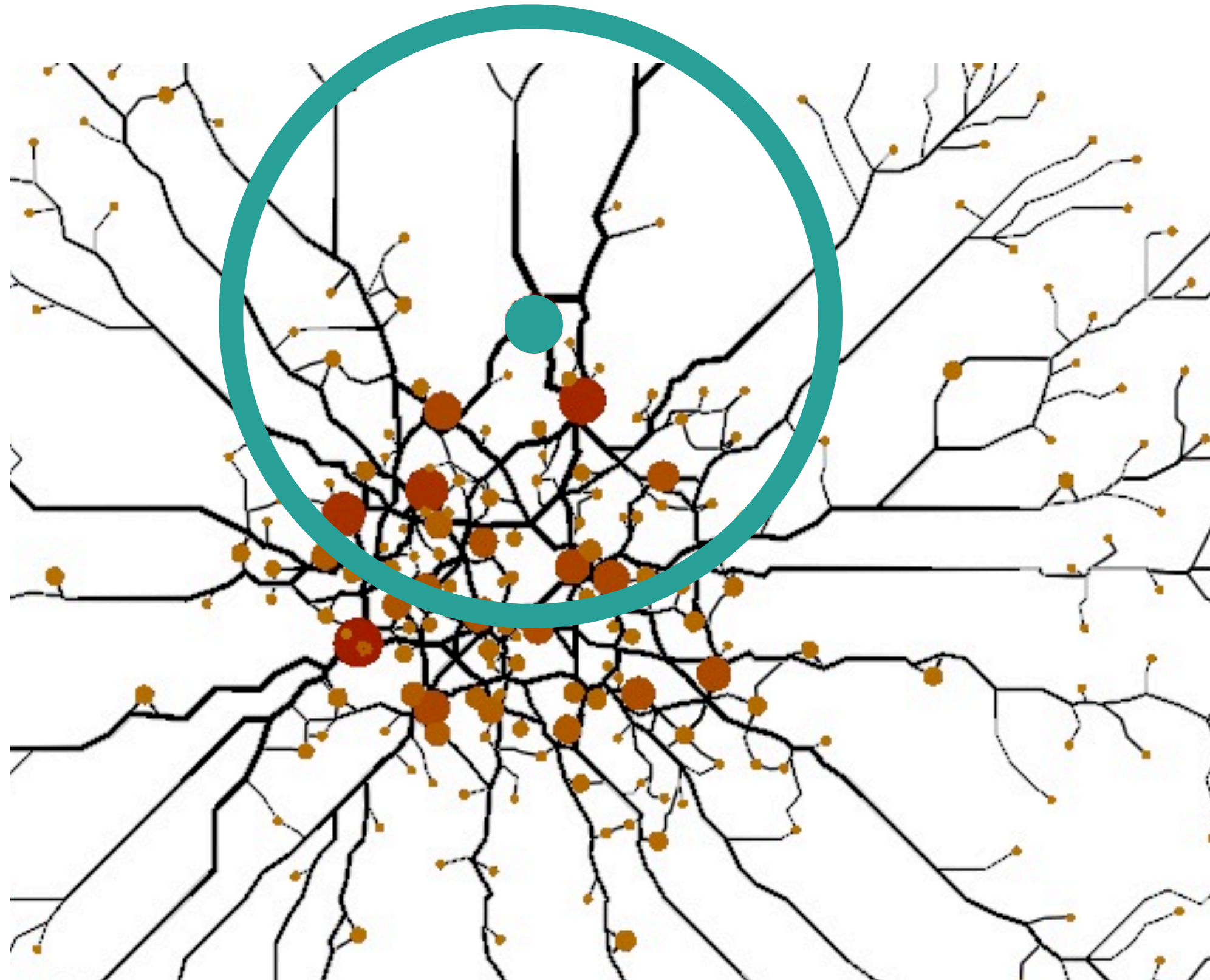
TROUVER LE CENTRE ?



Centre = sommets les plus proches
du sommet de degré Max.

La taille du centre est un paramètre
de l'algorithme.

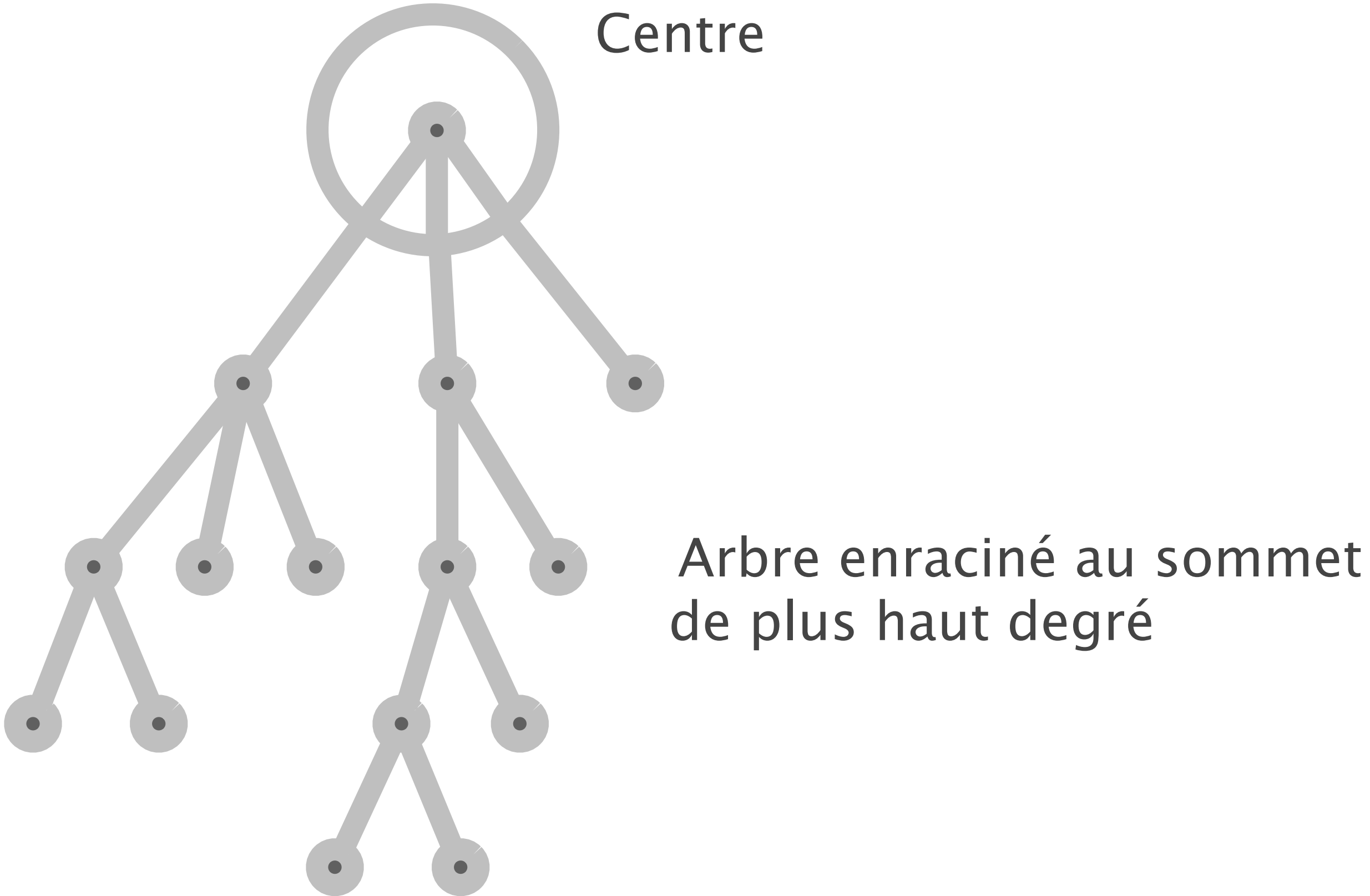
TROUVER LE CENTRE ?



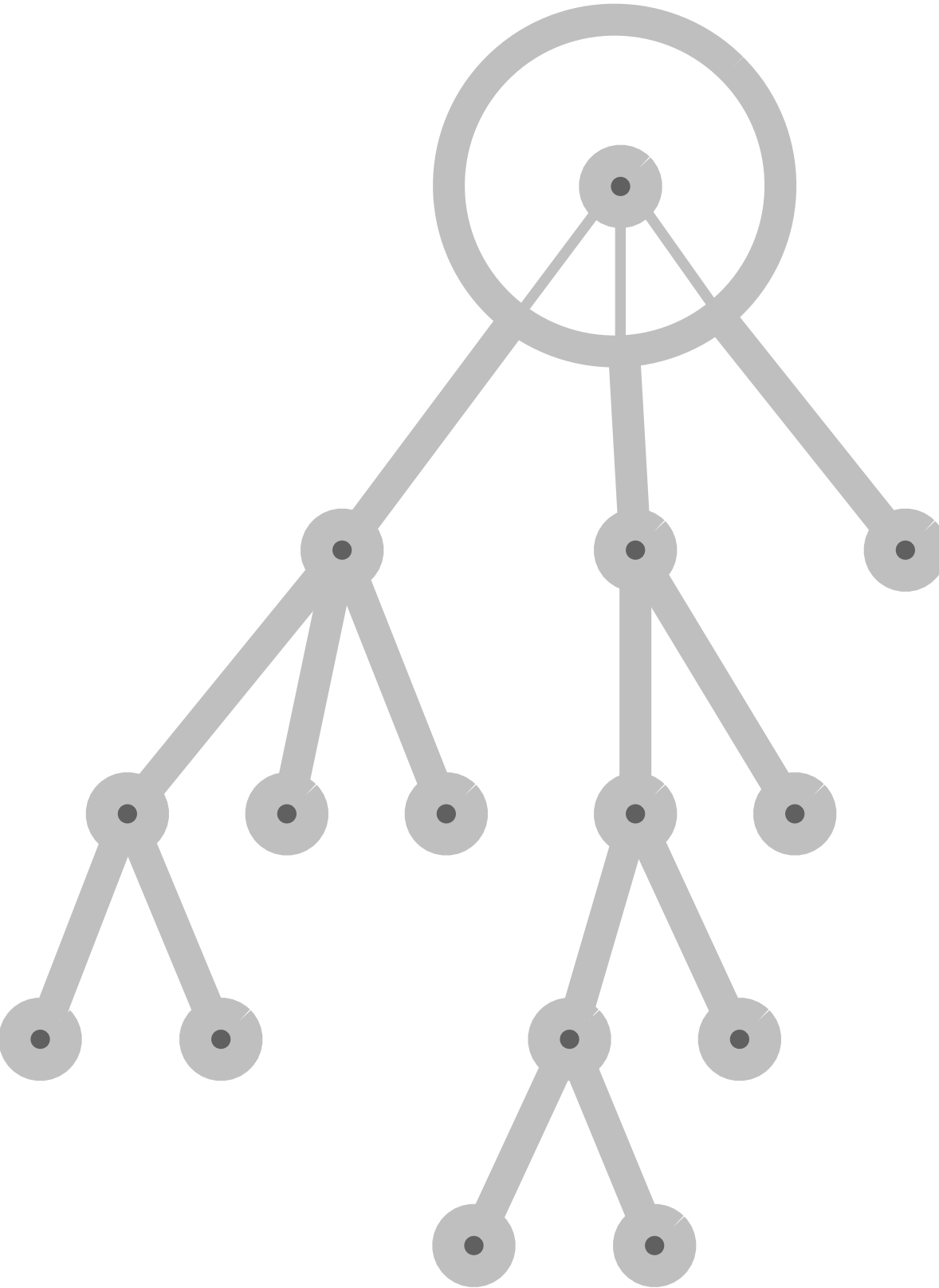
Centre = sommets les plus proches
du sommet de degré Max.

La taille du centre est un paramètre
de l'algorithme.

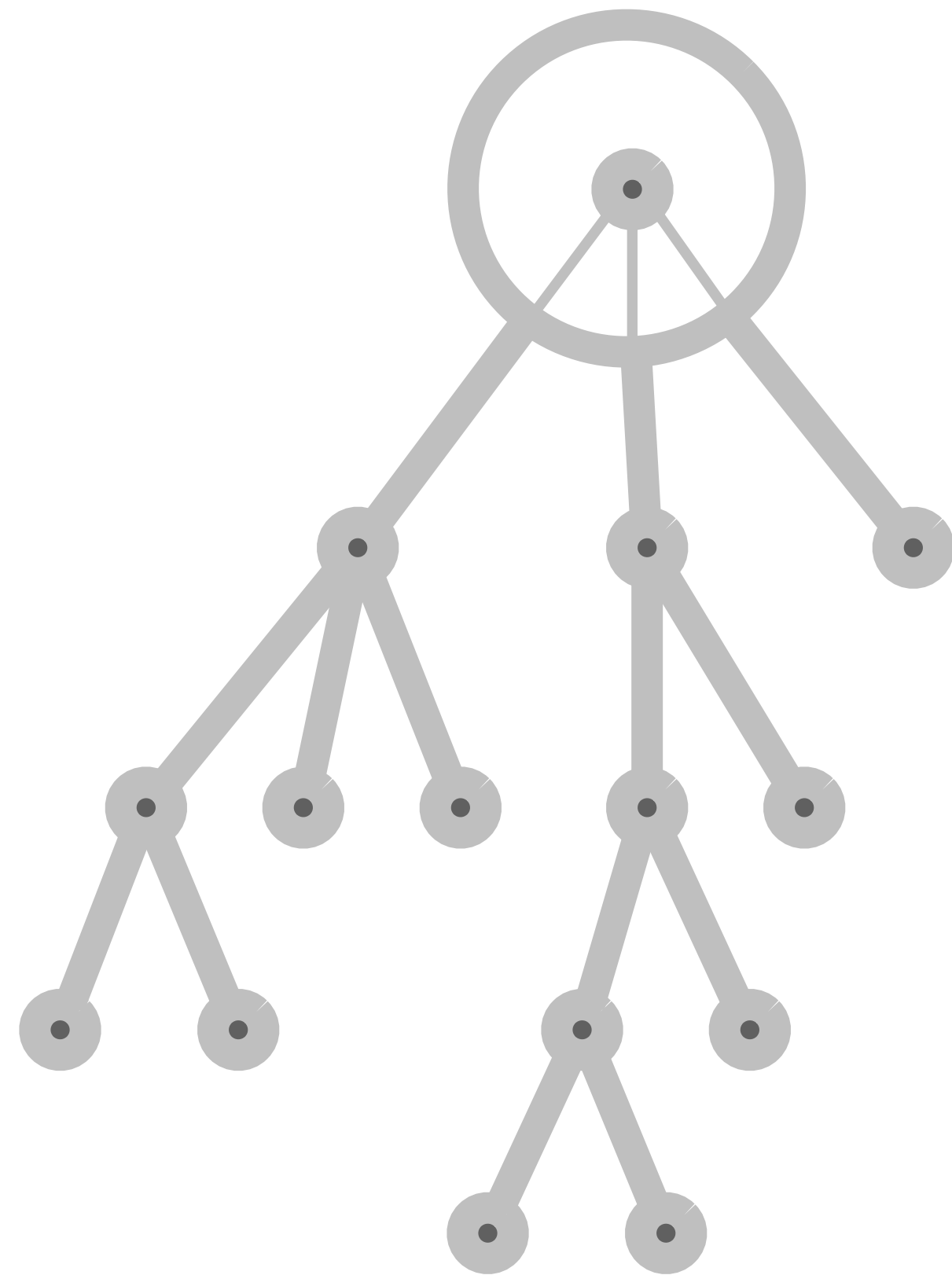
STRUCTURE DE BASE



COMMENT/AVEC QUELLES ENTRÉES ROUTER



COMMENT/AVEC QUELLES ENTRÉES ROUTER

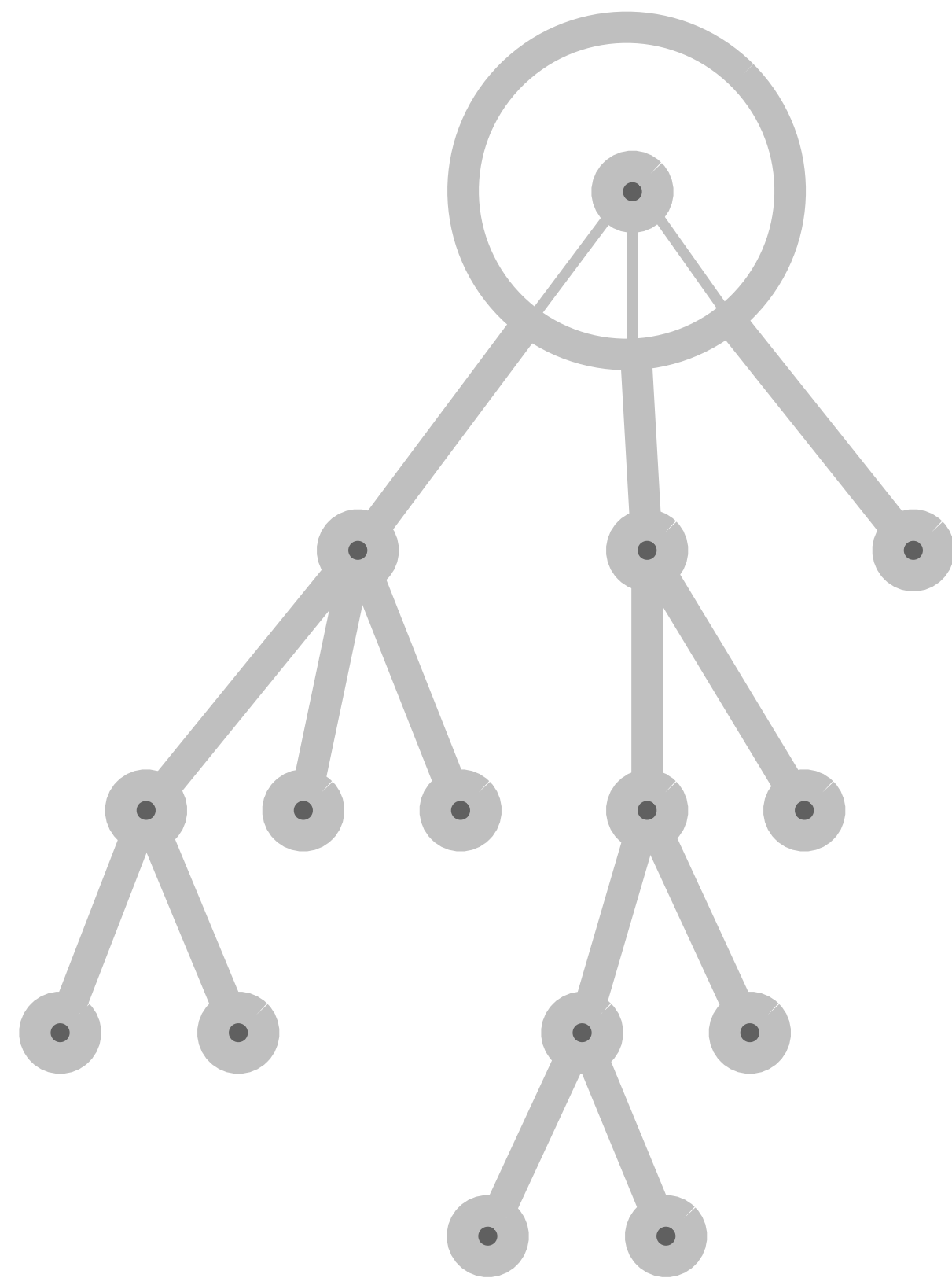


LES SOMMETS DU CENTRE :

Partagent les informations permettant de router vers les noeuds de l'arbre.

n entrées au total

COMMENT/AVEC QUELLES ENTRÉES ROUTER



LES SOMMETS DU CENTRE :

Partagent les informations permettant de router vers les noeuds de l'arbre.

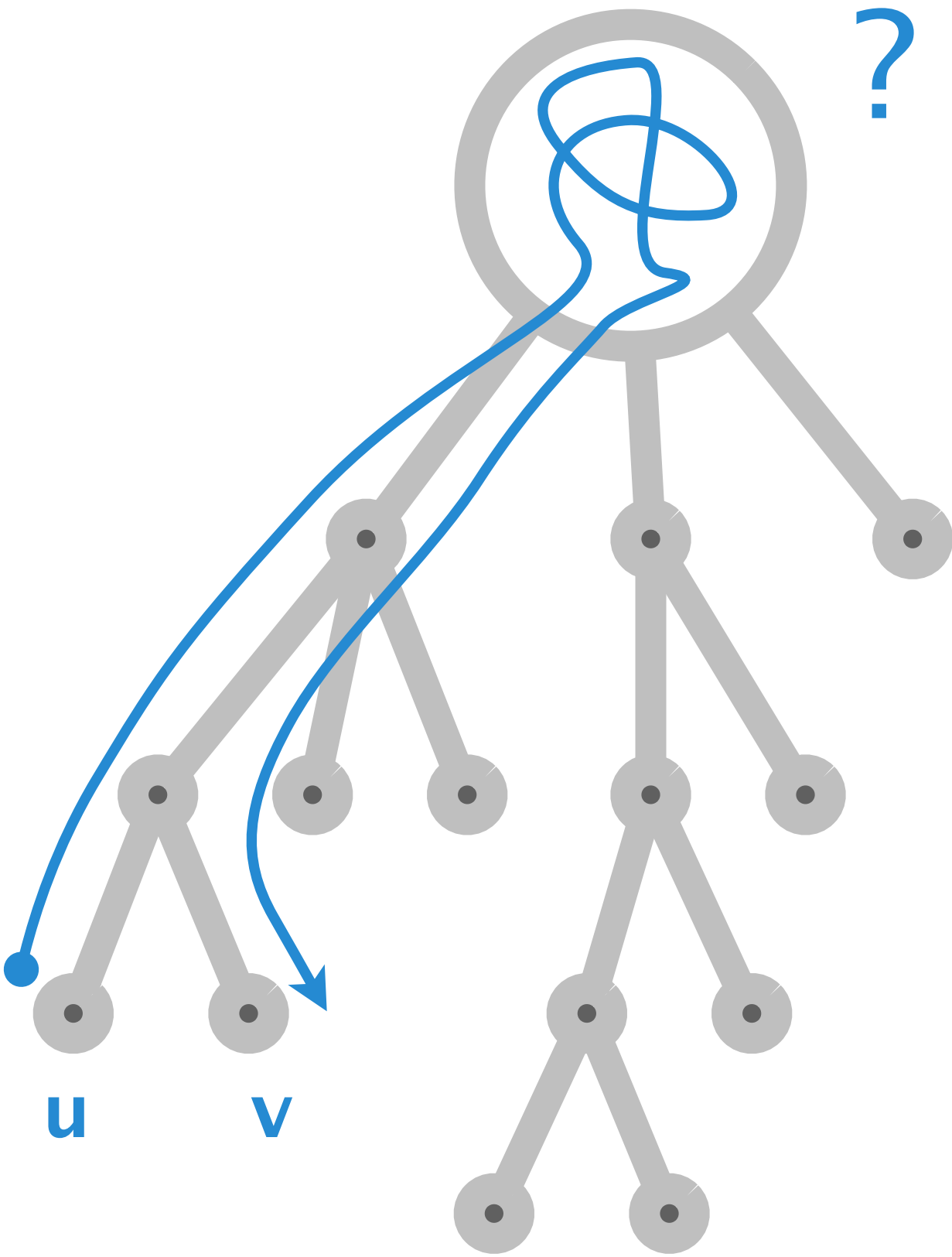
n entrées au total

LES SOMMETS HORS DU CLUSTER :

Stockent les informations permettant de router vers la "racine" (vers le centre)

une **unique** entrée (un voisin plus proche du centre)

ROUTAGE DANS LE CENTRE



Q1 : Que se passe-t-il dans le centre ?

ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: \text{ID} \rightarrow$ Five colored squares in a row. From left to right, the colors are: purple, red, teal, dark teal, and light grey.

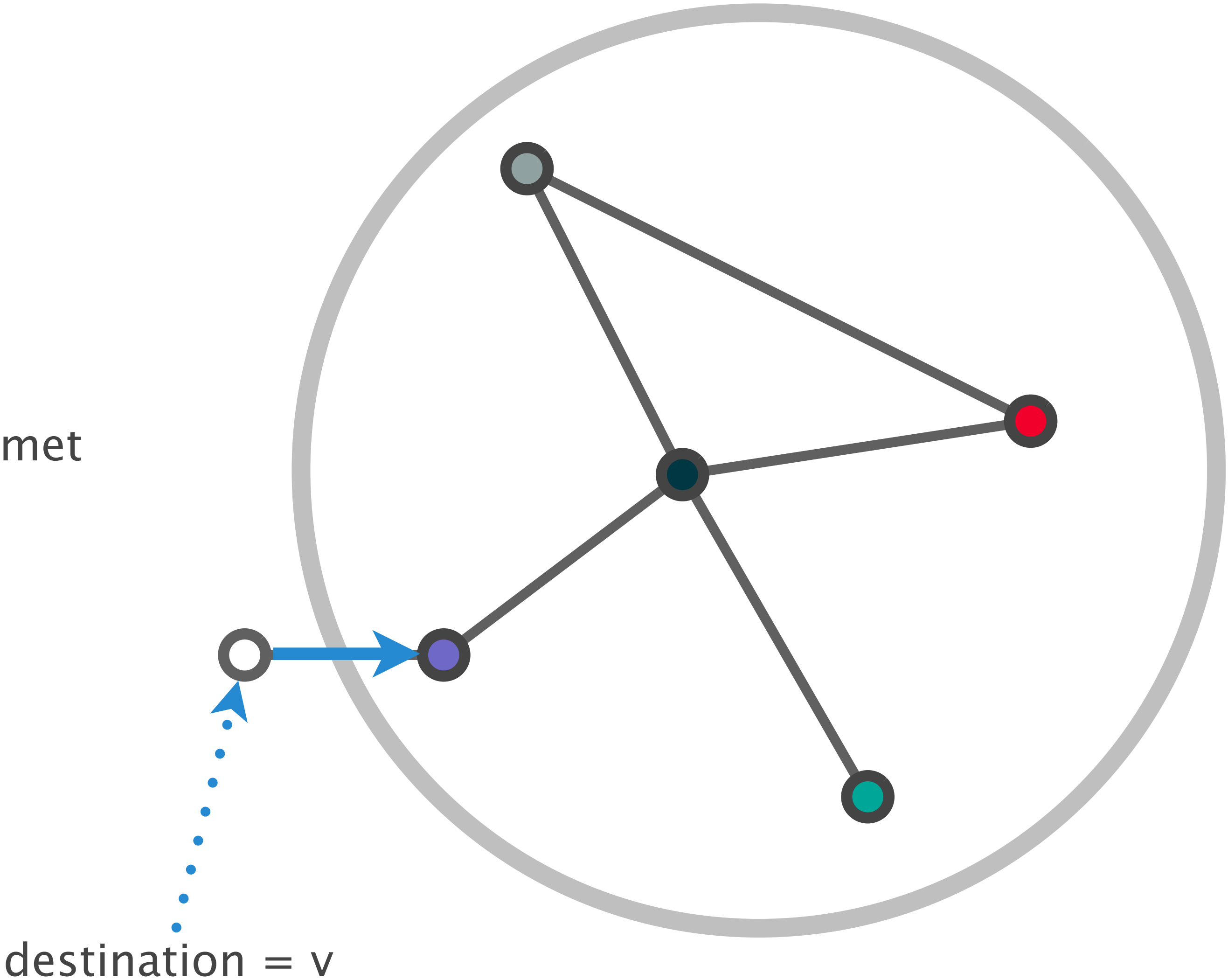
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



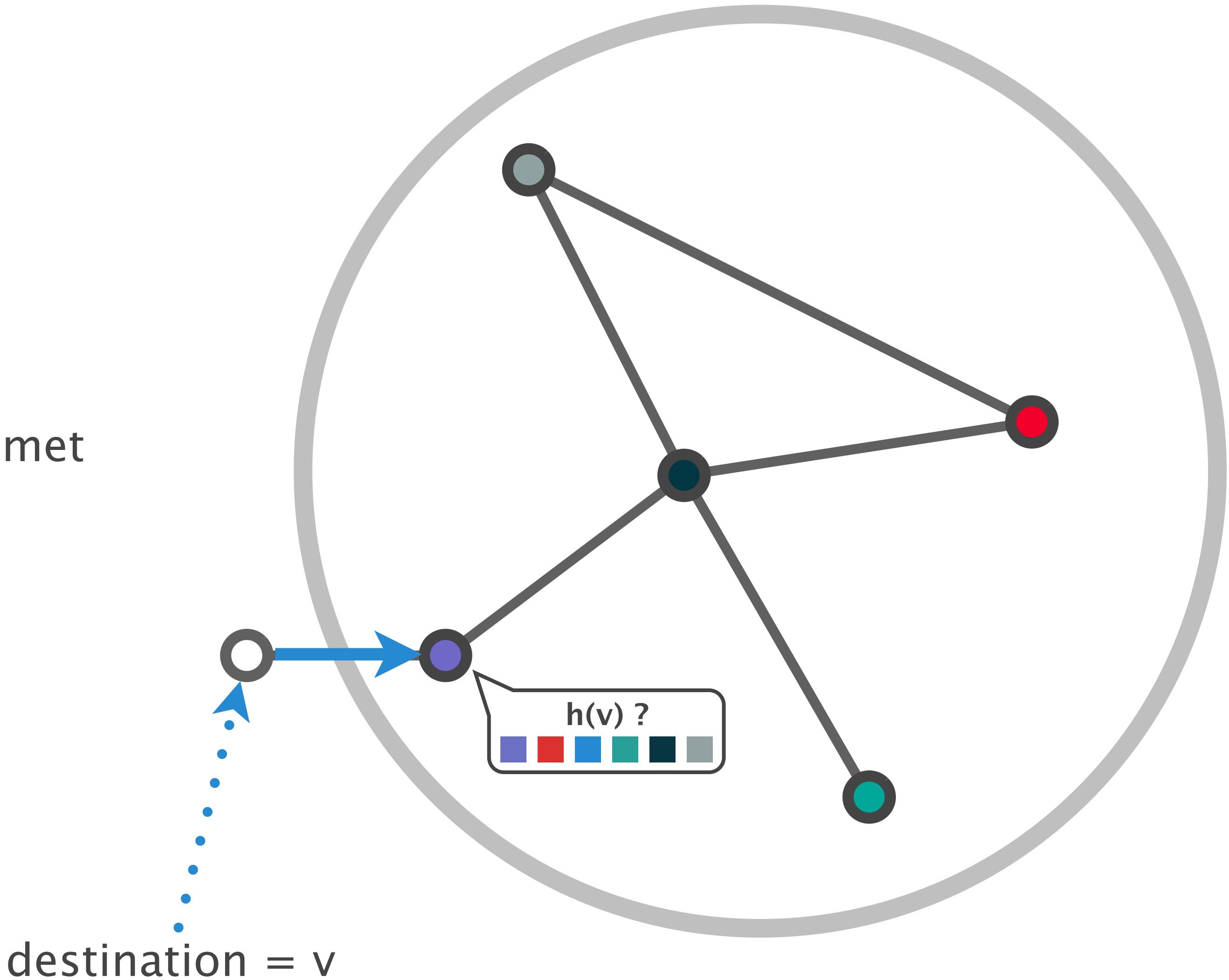
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



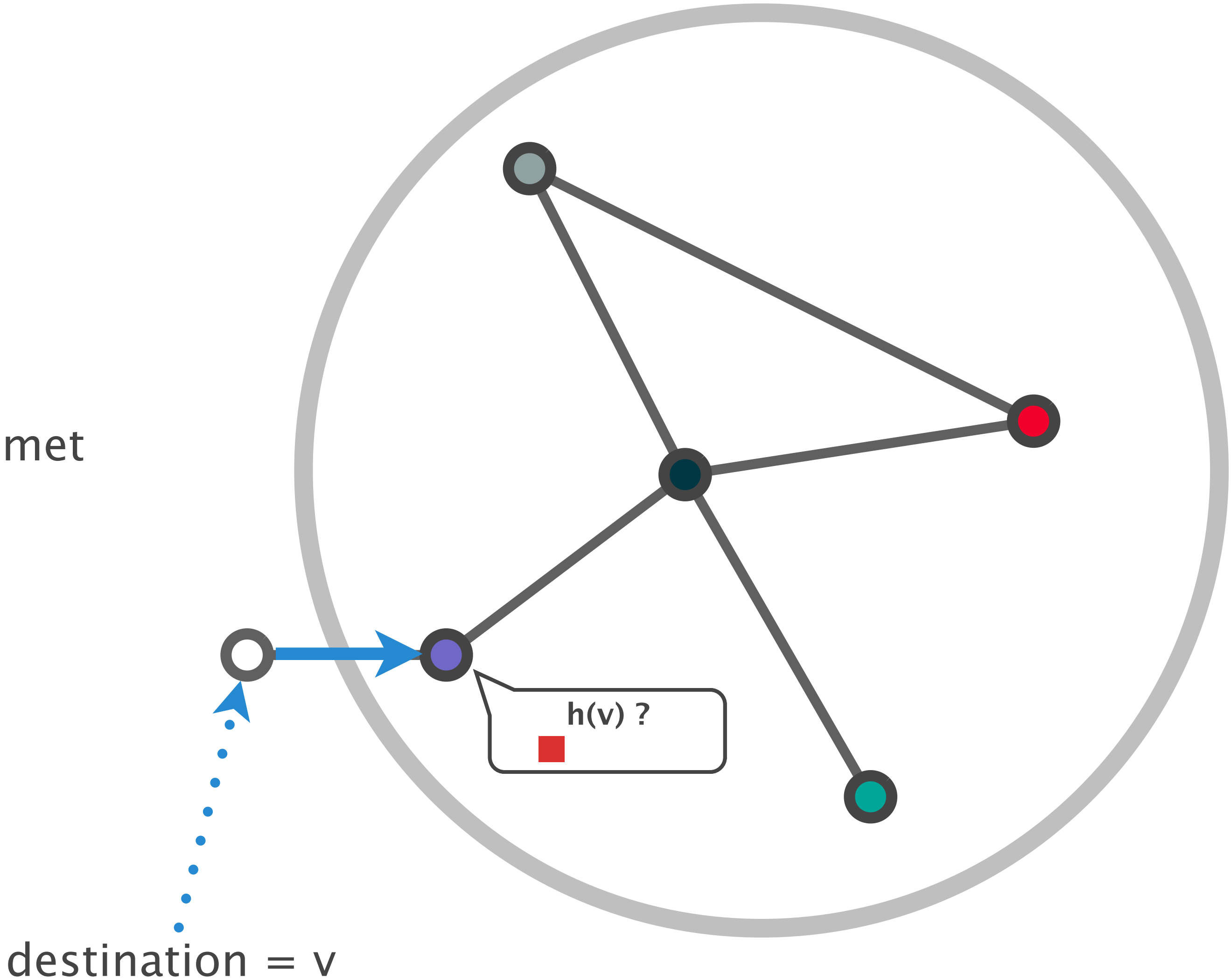
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



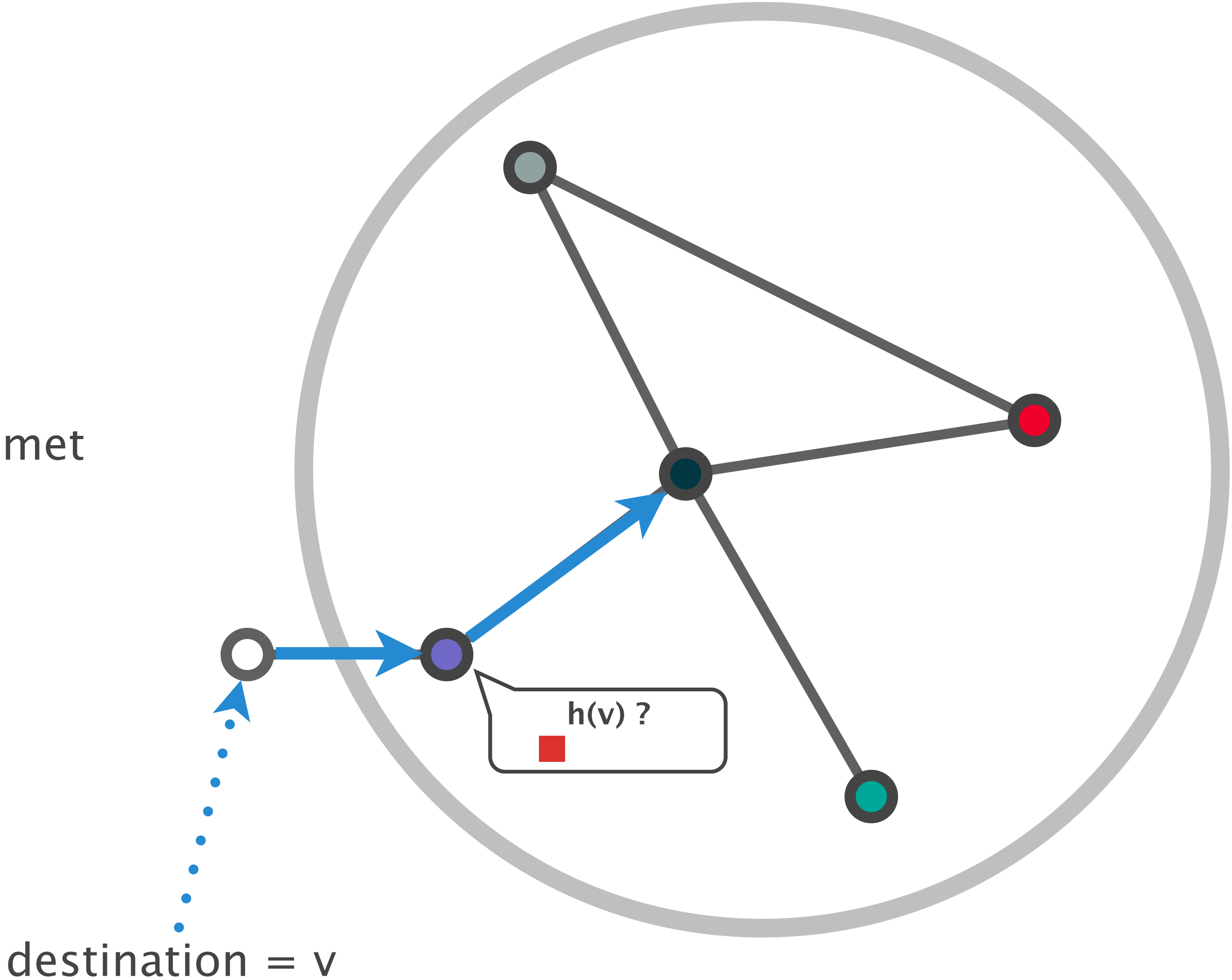
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



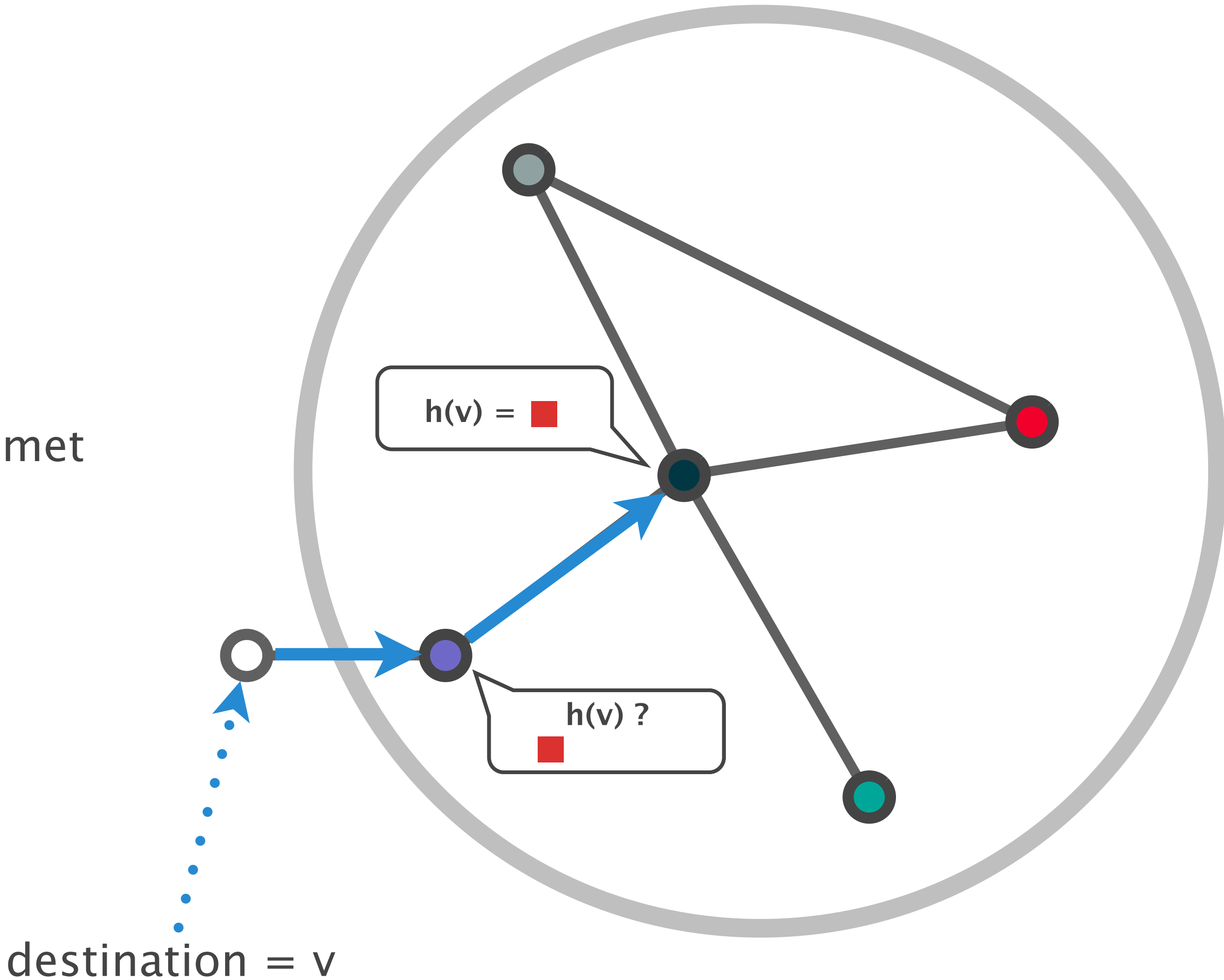
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



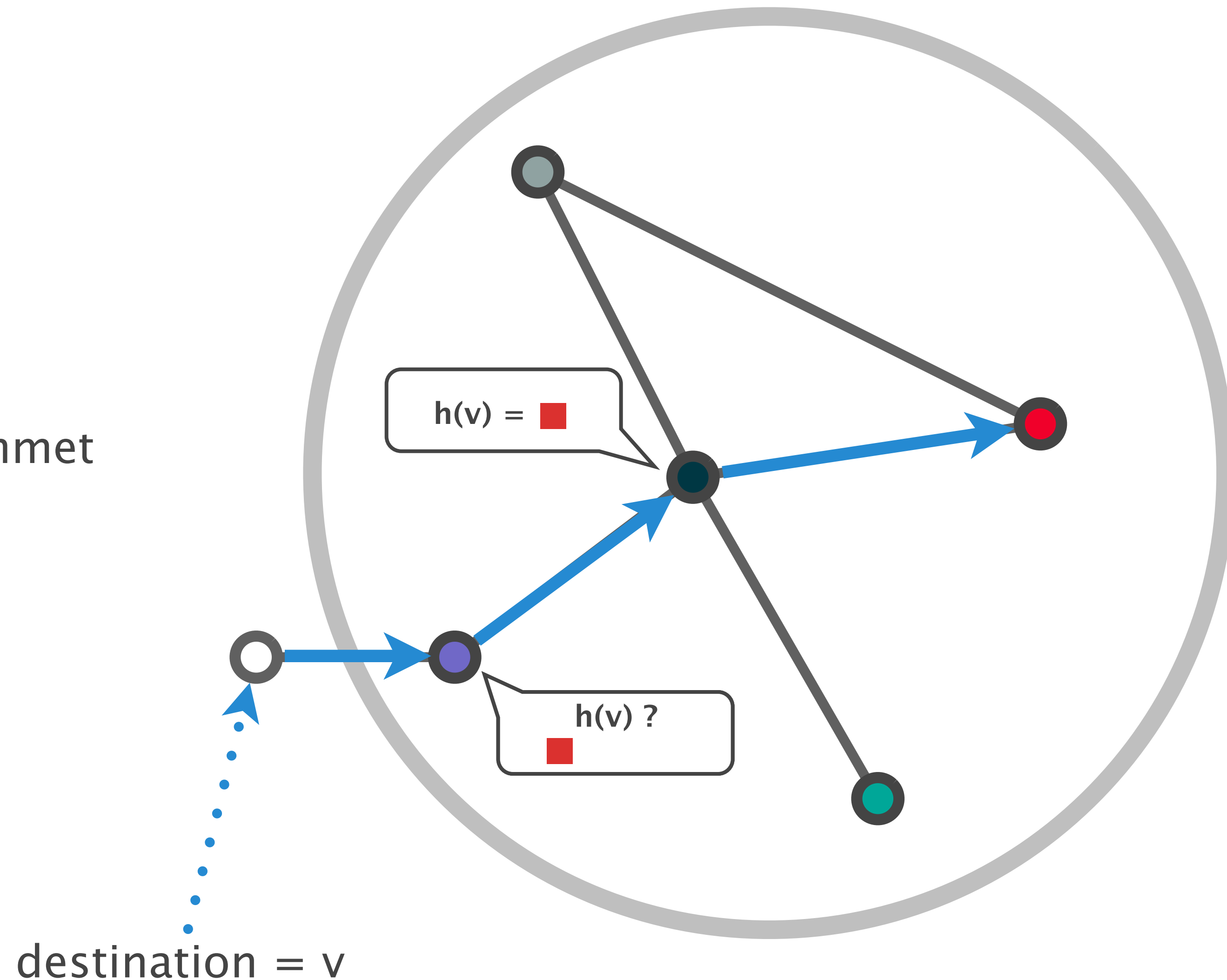
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: \text{ID} \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



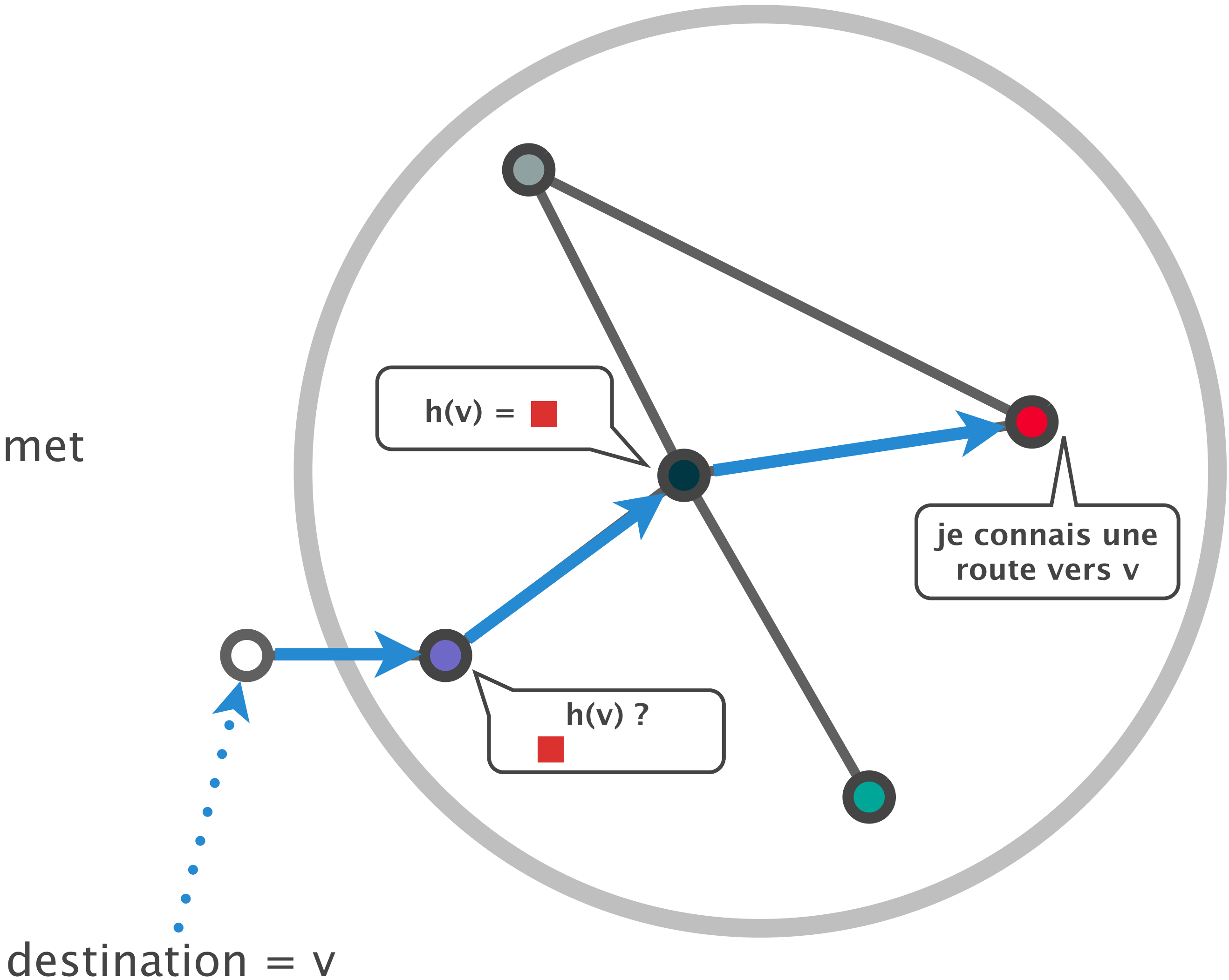
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$h: ID \rightarrow$ [purple] [red] [teal] [dark blue] [grey]



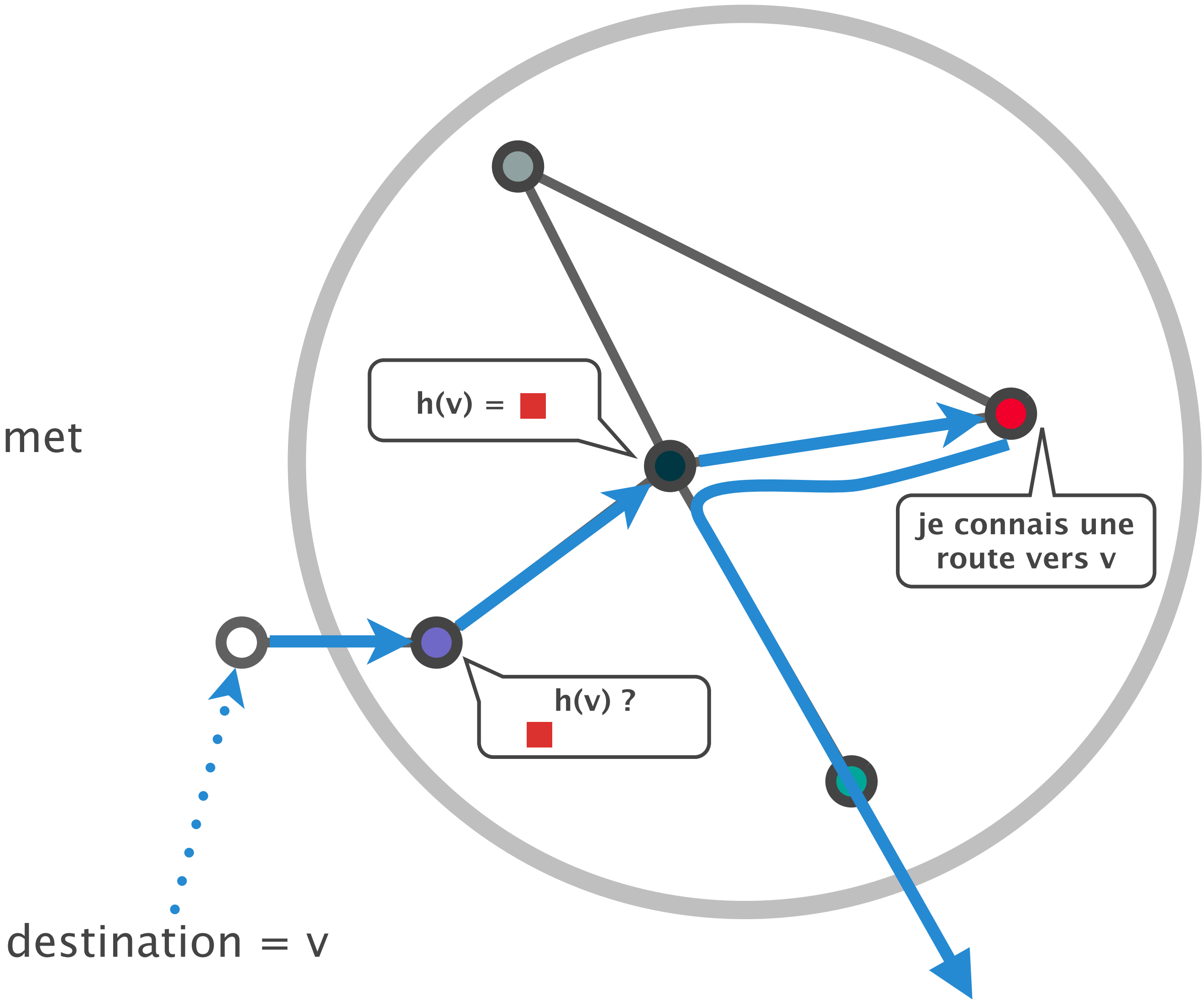
ROUTAGE DANS LE CENTRE

Dans le centre, chaque sommet a une couleur unique:



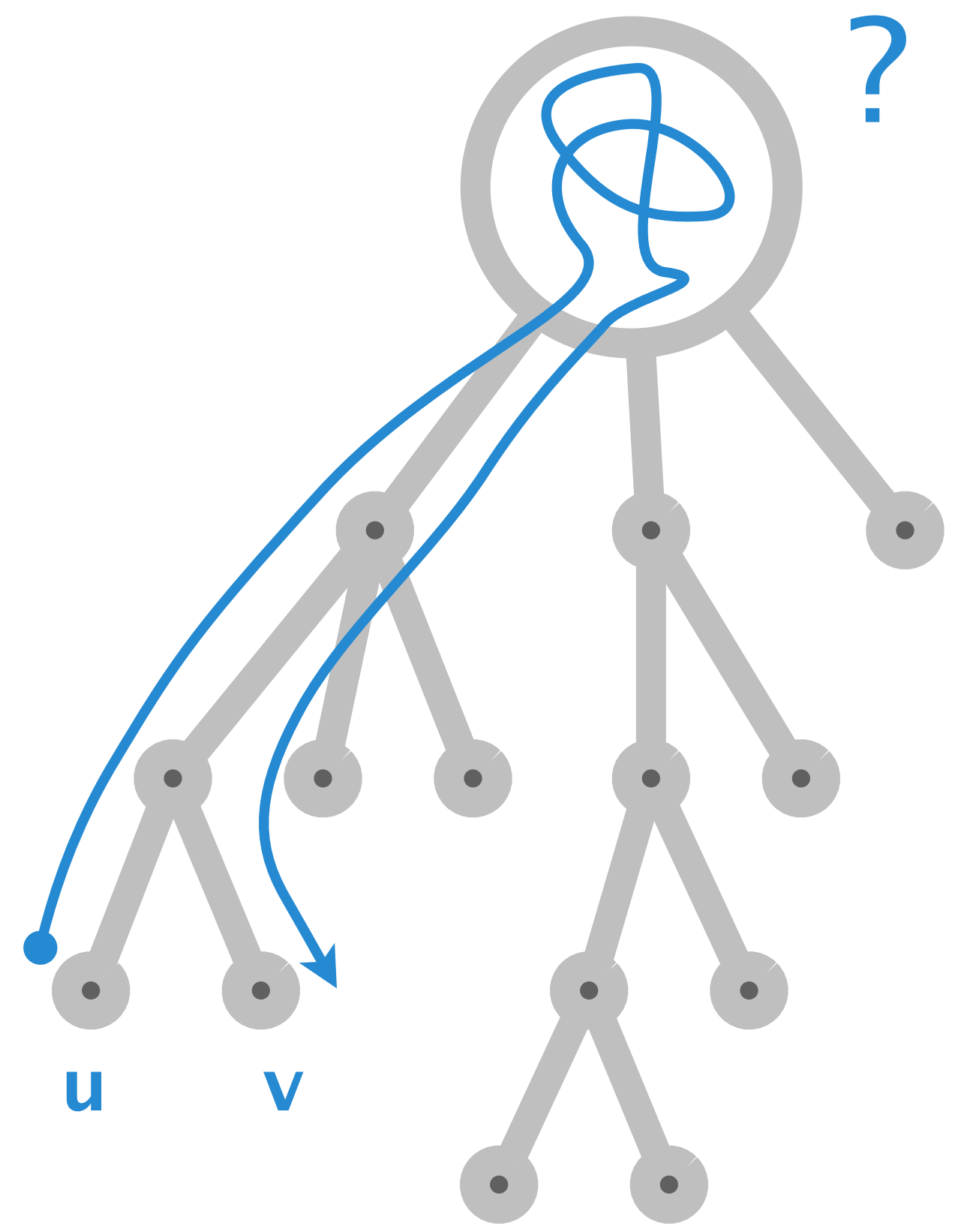
On a une fonction de hachage, qui pour tout identifiant de sommet associe une couleur:

$$h: ID \rightarrow \text{[purple, red, teal, dark blue, grey]}$$



TABLES DE ROUTAGE POUR LE CENTRE

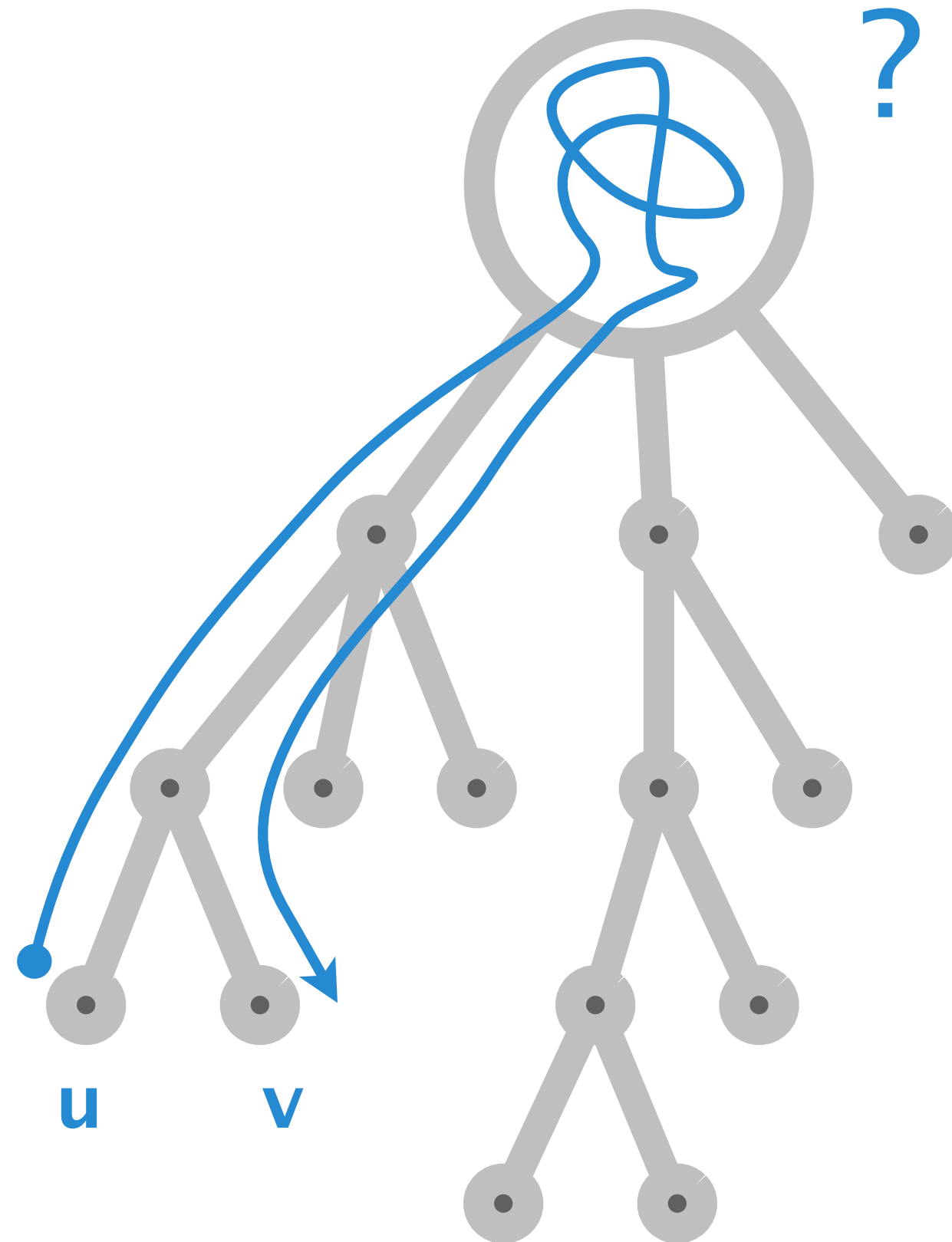
? Q1 : Que se passe-t-il dans le centre ?



TABLES DE ROUTAGE POUR LE CENTRE

?

Q1 : Que se passe-t-il dans le centre ?



LES SOMMETS DU CENTRE (CLUSTER) :

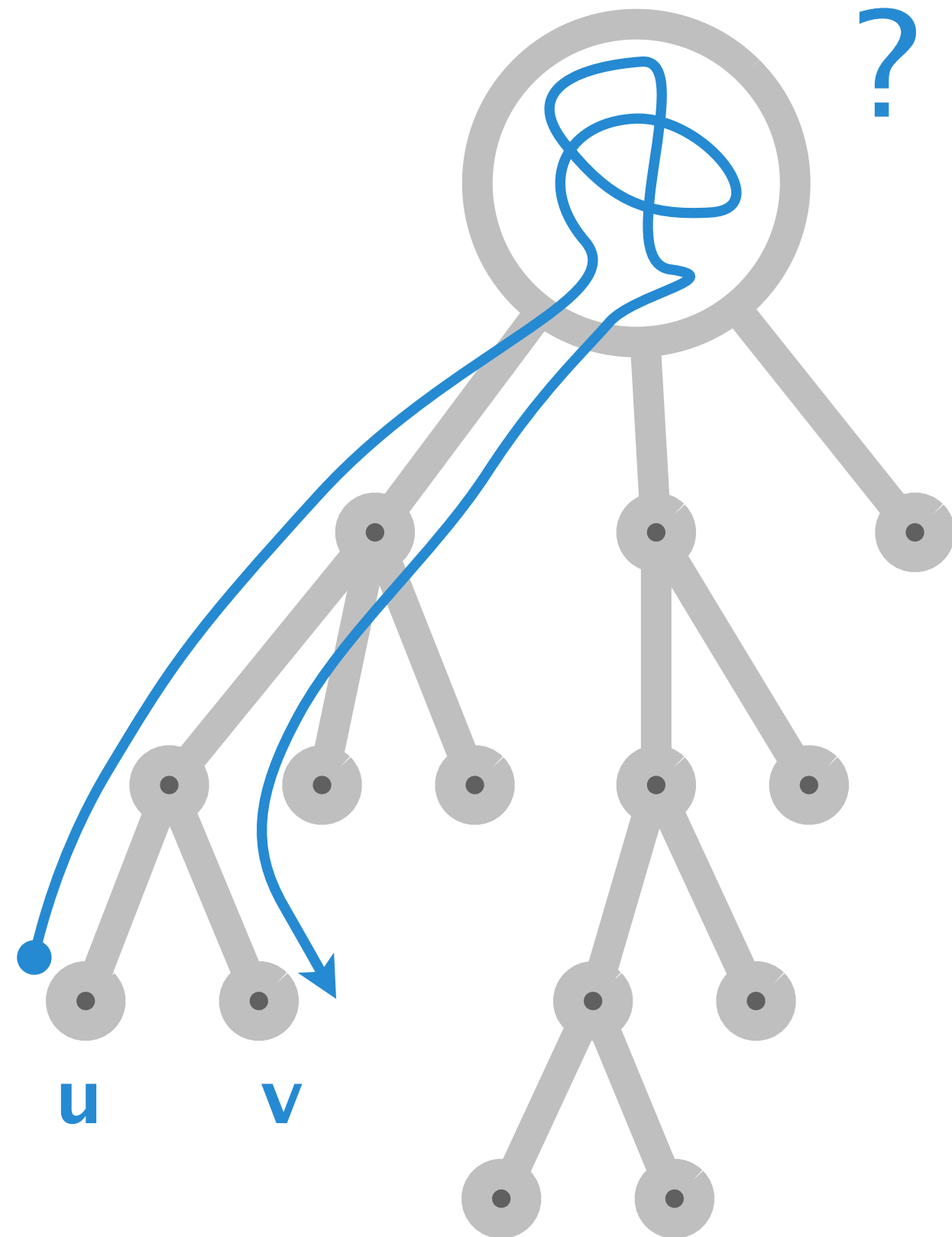
Partagent les informations permettant de router vers les noeuds de l'arbre.

n entrées au total

TABLES DE ROUTAGE POUR LE CENTRE

?

Q1 : Que se passe-t-il dans le centre ?



LES SOMMETS DU CENTRE (CLUSTER) :

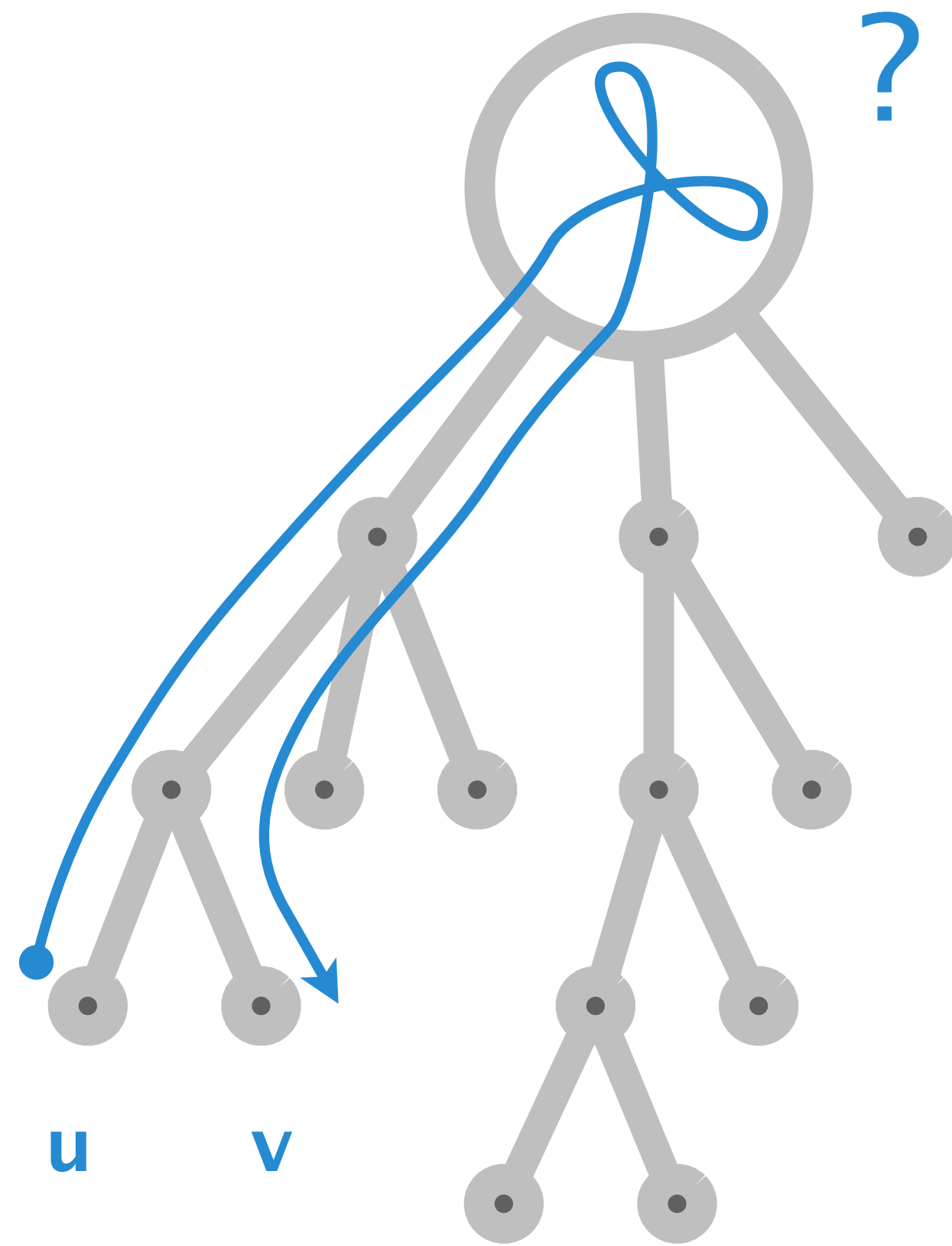
Partagent les informations permettant de router vers les noeuds de l'arbre.

n entrées au total

... des tables de routage classique (pcc) pour router dans le centre, C :

$|C|$ entrées par sommet, $|C|^2$ au total

ÉTIREMENT

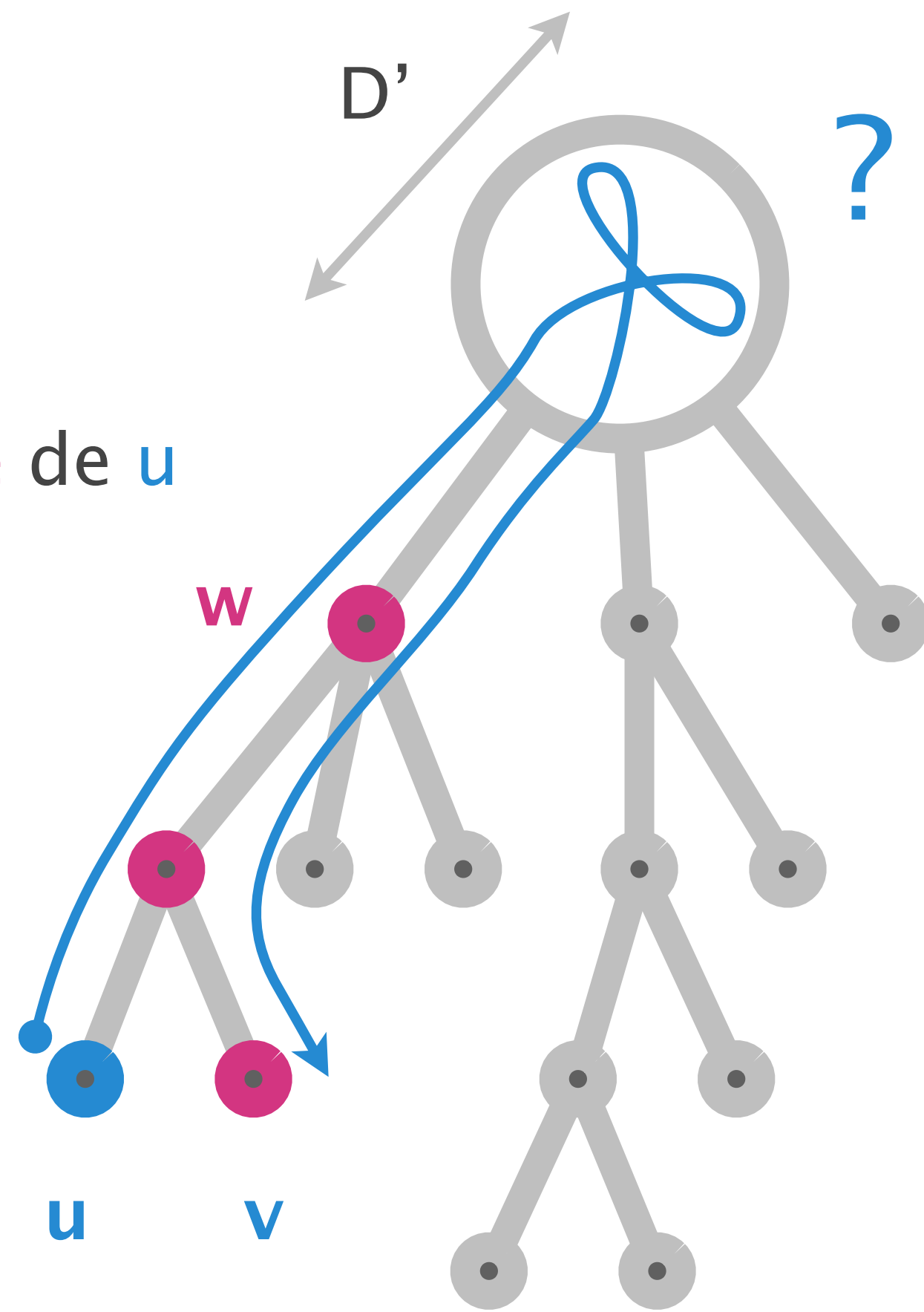


Q2 : Quel est l'étirement ?

Pour le moment, aucune garantie.

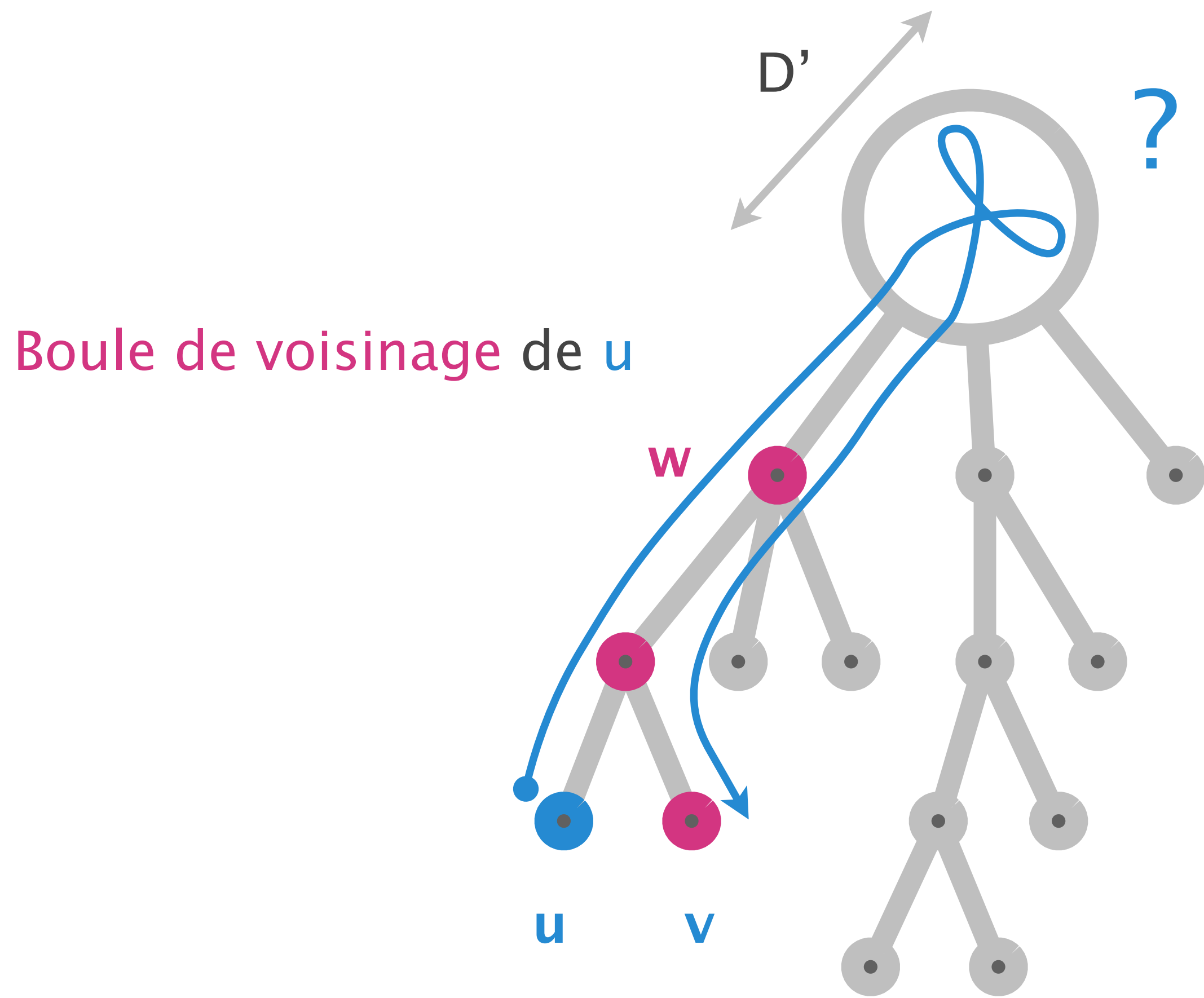
ÉTIREMENT

Boule de voisinage de u



Q2 : Quel est l'étirement ?

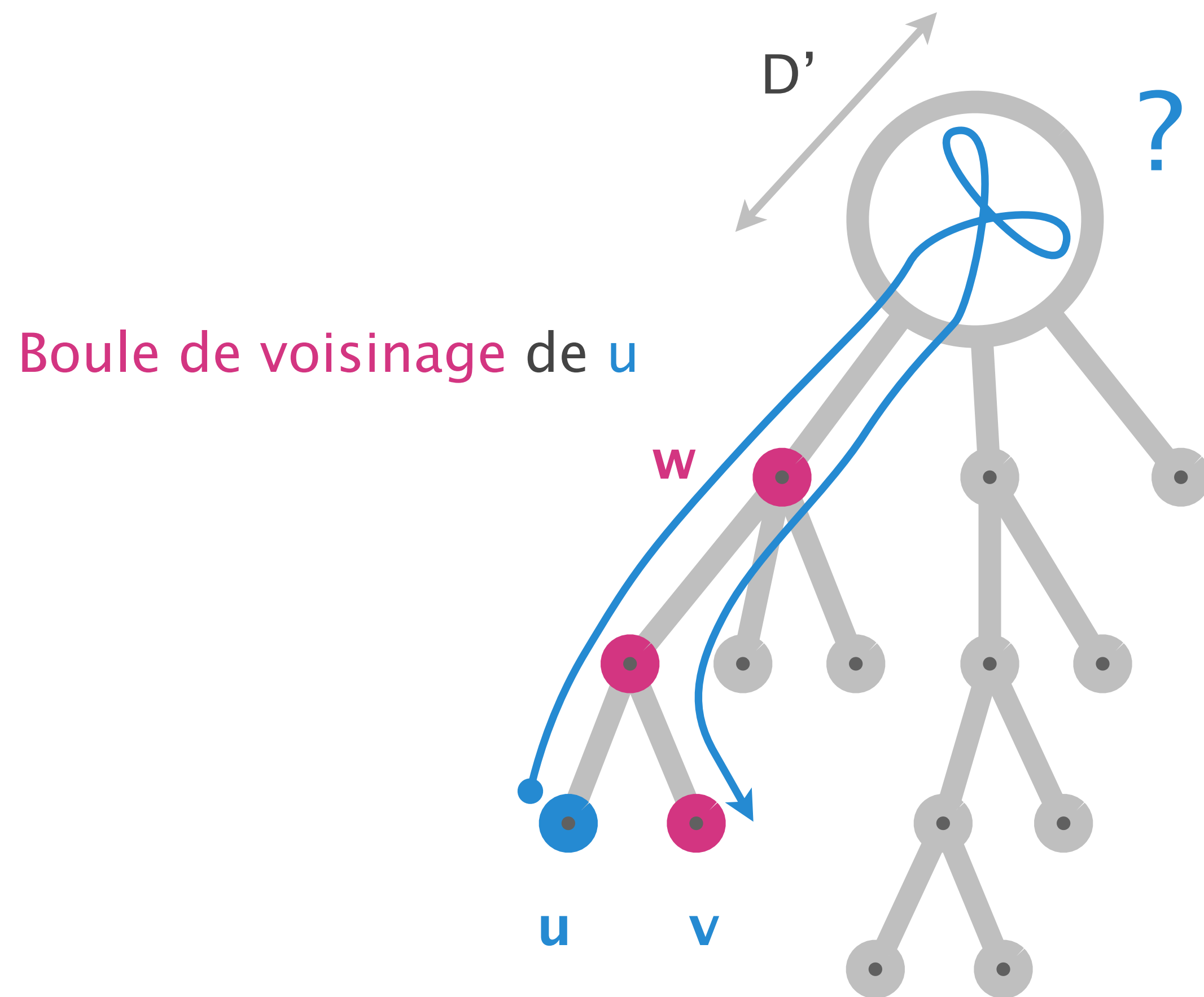
ÉTIREMENT



Q2 : Quel est l'étirement ?

Si tout u connaît un plus court chemin pour tous ses v (sommets plus proche que le centre)

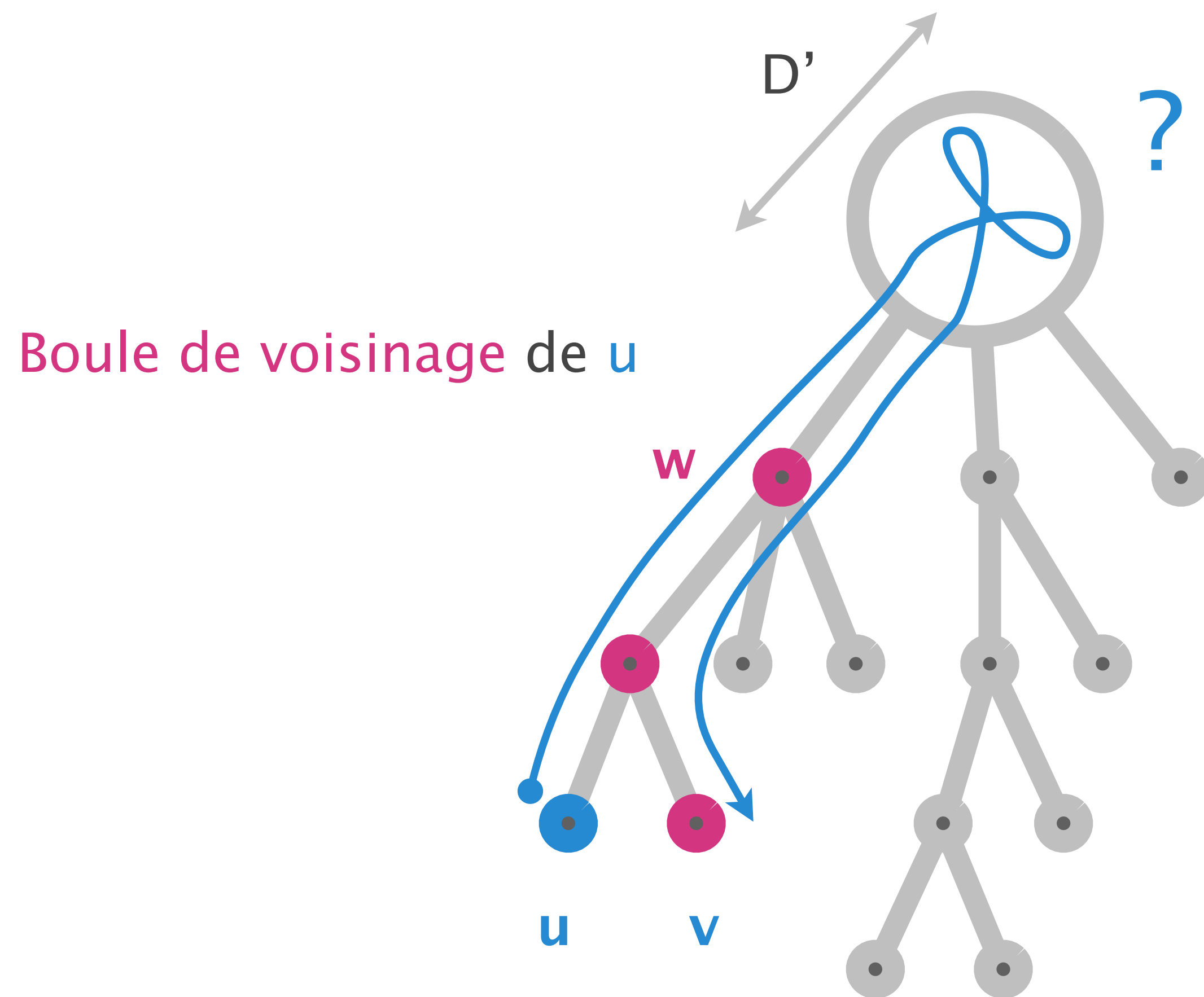
ÉTIREMENT



Si tout u connaît un plus court chemin pour tous ses \bullet (sommets plus proche que le centre)

\Rightarrow étirement borné par $(3, 2D')$.

ÉTIREMENT



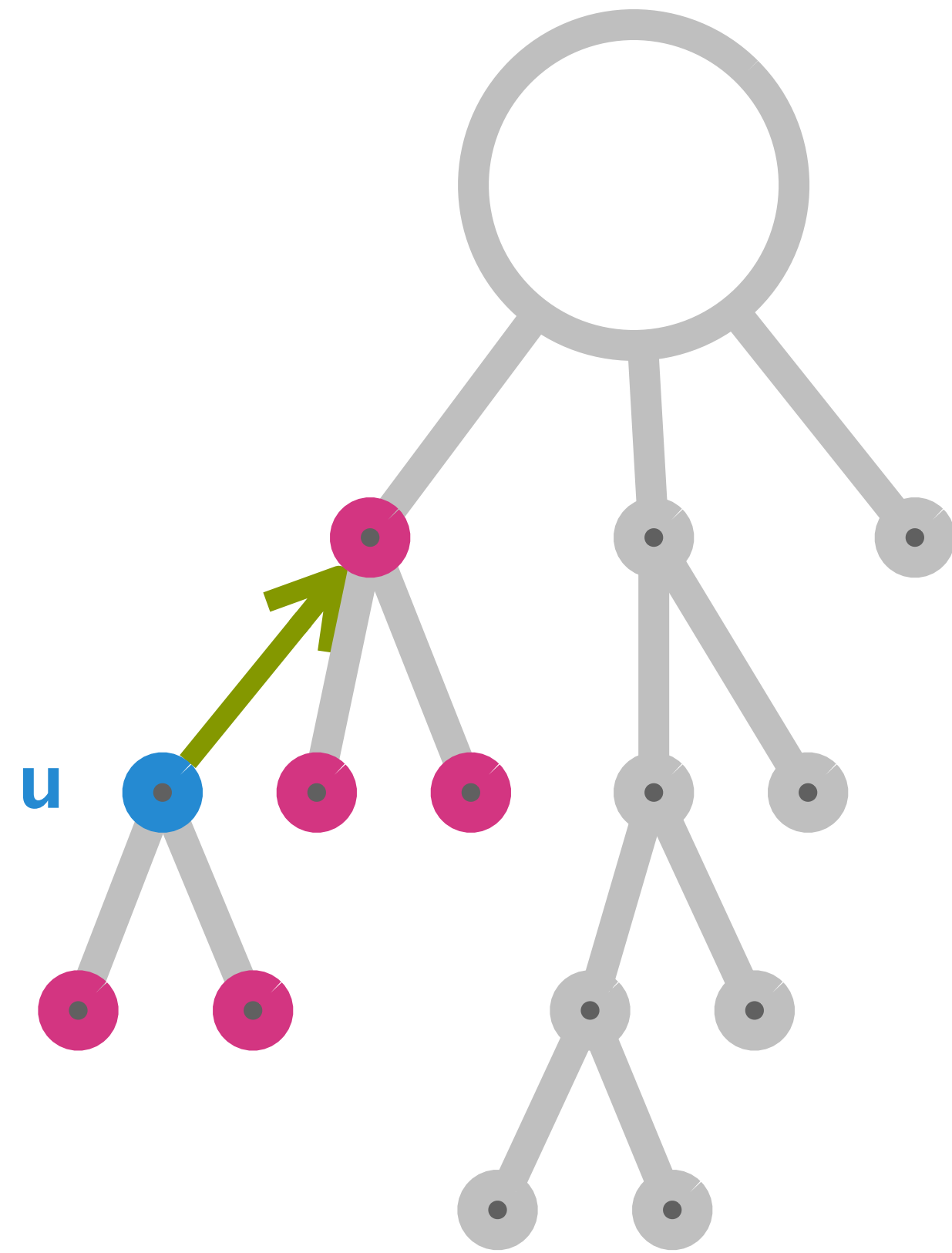
Q2 : Quel est l'étirement ?

Si tout u connaît un plus court chemin pour tous ses \bullet (sommets plus proche que le centre)

\Rightarrow étirement borné par $(3, 2D')$.

Pour RPLG, on peut prouver que ça donne un **étirement de 7**.

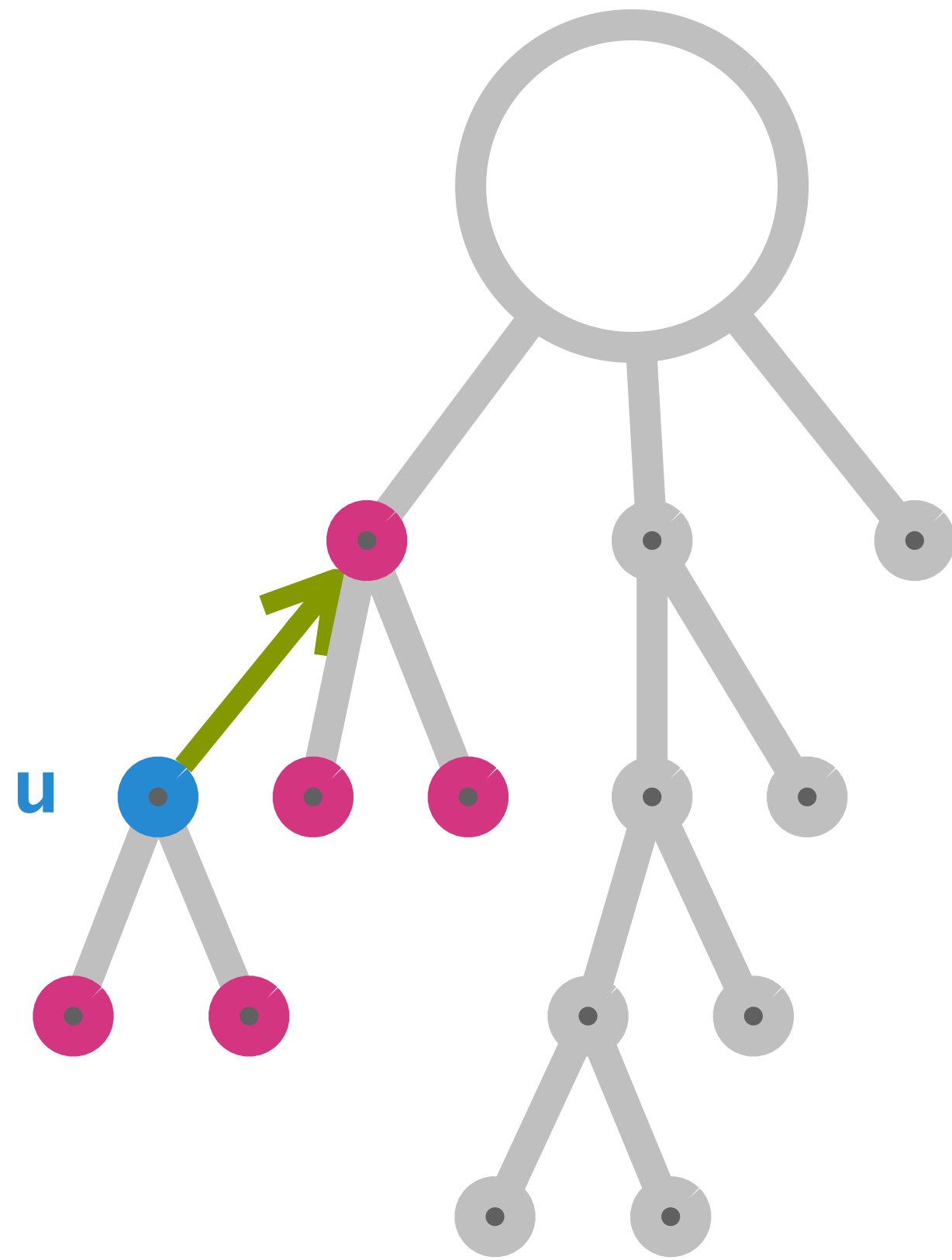
MÉMOIRE, NOMBRE D'ENTRÉES



Boule de voisinage de **u**
 + un voisin plus proche du centre

dans les RPLG: $\text{avg}_{u \in V \setminus C} = O(n^\gamma)$
 avec $\gamma < 1/2$

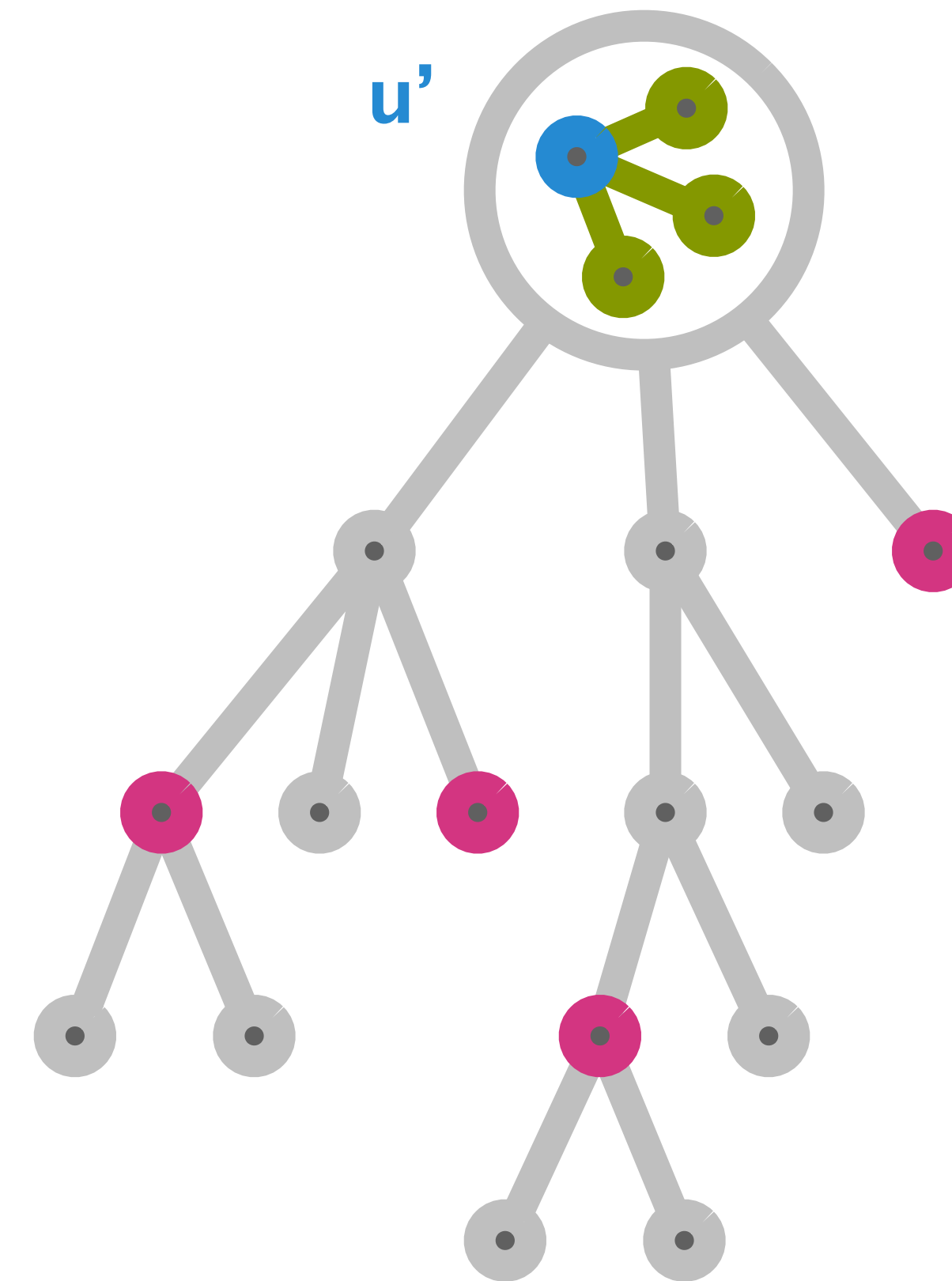
MÉMOIRE, NOMBRE D'ENTRÉES



Boule de voisinage de u
+ un voisin plus proche du centre

dans les RPLG: $\text{avg}_{u \in V \setminus C} = O(n^\gamma)$
avec $\gamma < 1/2$

OU



Les noeuds de couleur $h(u')$
+ info. de routage en pcc dans le centre

$\text{avg}_{u' \in C} = O(|C| + n/|C|) = O(\sqrt{n})$

MÉMOIRE, NOMBRE D'ENTRÉES

Boule de voisinage de u
+ un voisin plus proche du centre

dans les RPLG: $\text{avg}_{u \in V \setminus C} = O(n^\gamma)$
avec $\gamma < 1/2$

Les noeuds de couleur $h(u')$
+ info. de routage en pcc dans le centre

$\text{avg}_{u' \in C} = O(|C| + n/|C|) = O(\sqrt{n})$

MÉMOIRE, NOMBRE D'ENTRÉES

Boule de voisinage de u
+ un voisin plus proche du centre

dans les RPLG: $\text{avg}_{u \in V \setminus C} = O(n^\gamma)$
avec $\gamma < 1/2$

Les noeuds de couleur $h(u')$
+ info. de routage en pcc dans le centre

$\text{avg}_{u' \in C} = O(|C| + n/|C|) = O(\sqrt{n})$

Soit en moyenne: $O(n^\gamma)$ entrées par noeuds

MÉMOIRE, NOMBRE D'ENTRÉES

Boule de voisinage de u
 + un voisin plus proche du centre

Les noeuds de couleur $h(u')$
 + info. de routage en pcc dans le centre

dans les RPLG: $\text{avg}_{u \in V \setminus C} = O(n^\gamma)$
 avec $\gamma < 1/2$

$\text{avg}_{u' \in C} = O(|C| + n/|C|) = O(\sqrt{n})$

Soit en moyenne: $O(n^\gamma)$ entrées par noeuds

en fonction du paramétrage du RPLG, γ peut être
 extrêmement petit (eg., 1/22 pour une loi de puissance = 2.1)

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

RPLG(10 000, 2.1)

	Étirement	Mémoire		Coût de comm.
		moyenne	max.	
Étiqueté ! [CSTW'12] (TZ, landmark dans le centre)	5	$\tilde{O}(n^{1/12})$	$\tilde{O}(n^{1/12})$	centralisé
	NC	55	?	
[TZLL'13] nommé HDLBR	≥ 6	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(n)$	centralisé
	1.24	400	1 850	
Ce papier	7	$\tilde{O}(n^{1/22})$	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$
	1.92	12	250	

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

CAIDA AS MAP (16300 SOMMETS)

	Étirement	Mémoire		Coût de comm.
		moyenne	max.	
[TZLL'13] nommé HDLBR	≥ 6	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(n)$	centralisé
	1.52	106	2 324	
Ce papier	7	$\tilde{O}(n^{1/22})$	$\tilde{O}(\sqrt{n})$	$O(m\sqrt{n})$
	1.79	14.4	770	

ENCORE MOINS D'ENTRÉES ?

- ▶ **EN UTILISANT DIVERSES OPTIMISATIONS NOUS ARRIVONS À**
 - ▶ pour: CAIDA (16 300 noeuds) et RPLG(10 000, 2.1)
 - ▶ réduire le nombre d'entrée à ~5
 - ▶ faible impact sur l'étirement
- ▶ **EXEMPLE D'OPTIMISATION (AUCUN IMPACT SUR L'ÉTIREMENT)**

ENCORE MOINS D'ENTRÉES ?

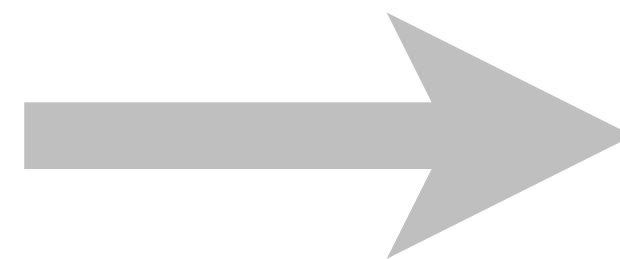
- ▶ EN UTILISANT DIVERSES OPTIMISATIONS NOUS ARRIVONS À
 - ▶ pour: CAIDA (16 300 noeuds) et RPLG(10 000, 2.1)
 - ▶ réduire le nombre d'entrée à ~5
 - ▶ faible impact sur l'étirement
- ▶ EXEMPLE D'OPTIMISATION (AUCUN IMPACT SUR L'ÉTIREMENT)

destination	port
a	3
b	2
c	4
d	2
land	2

ENCORE MOINS D'ENTRÉES ?

- ▶ EN UTILISANT DIVERSES OPTIMISATIONS NOUS ARRIVONS À
 - ▶ pour: CAIDA (16 300 noeuds) et RPLG(10 000, 2.1)
 - ▶ réduire le nombre d'entrée à ~5
 - ▶ faible impact sur l'étirement
- ▶ EXEMPLE D'OPTIMISATION (AUCUN IMPACT SUR L'ÉTIREMENT)

destination	port
a	3
b	2
c	4
d	2
land	2



destination	port
a	3
c	4
land	2

CONCLUSION

- ▶ **ENCORE MOINS D'ENTRÉES ? (MOYENNE ET MAX)**
 - ▶ en cours ...
- ▶ **RÉDUIRE LE COÛT DE COMMUNICATION (PLUS DIFFICILE)**
 - ▶ pour le moment on a le même coût que pour les algorithmes universels