

Feuille 5 - Feuille complémentaire

Exercice 1

1. Rappeler la définition d'un graphe triangulé.
2. On note par $\overline{C_n}$ le graphe complémentaire du cycle à n sommets C_n . Montrer que pour tout $n \geq 5$, le graphe $\overline{C_n}$ n'est pas triangulé.
3. Appliquer l'algorithme LexBFS au graphe $G1$ de la Figure 1 à partir du sommet a . En cas de choix dans la sélection d'un sommet, on choisira le premier dans l'ordre alphabétique. Pour chaque itération, donner le sommet sélectionné et les modifications apportées aux étiquettes des sommets.
4. Le graphe G est-il triangulé? Justifier votre réponse.

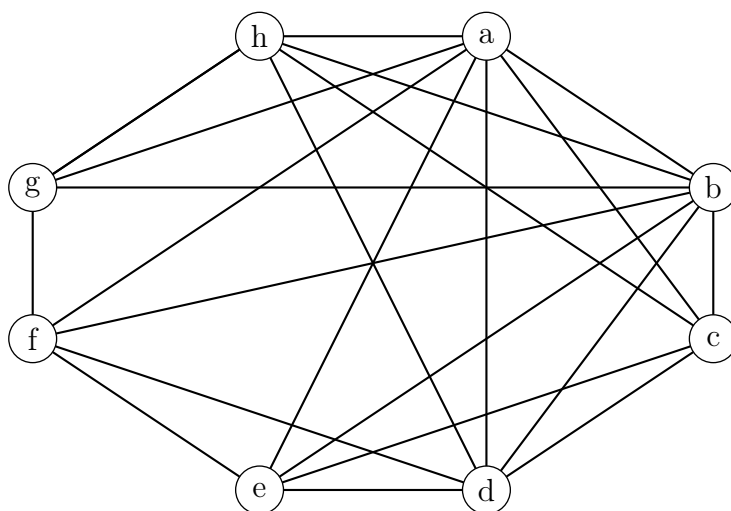


FIGURE 1 – Graphe $G1$

Exercice 2

1. Soit $G2$ le graphe de la Figure 2. Ce graphe est-il triangulé? Pourquoi?
2. Dessiner le graphe complémentaire $\overline{G2}$ de $G2$.
3. Le graphe $G2$ est-il un graphe d'intervalles? Justifier votre réponse.

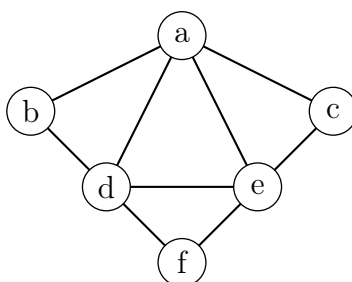


FIGURE 2 – Graphe $G2$

Exercice 3

1. Donnez la définition d'un graphe de comparabilité.
2. Donner un exemple de graphe à 6 sommets qui n'est pas un graphe de comparabilité. Expliquez pourquoi.
3. Soit G un graphe. On note par $\alpha(G)$ le cardinal du plus grand stable (sous-graphe induit sans arête) de G et par $\kappa(G)$ le nombre minimum de cliques (sous-graphes induits complets) nécessaires pour couvrir les sommets de G . Donnez les valeurs de $\alpha(C_n)$ et $\kappa(C_n)$ où C_n désigne un cycle à n sommets, selon que n soit pair ou impair.
4. Rappelez une caractérisation des graphes parfaits utilisant les valeurs α et κ .
5. Soit F une orientation transitive d'un graphe de comparabilité G et x_1, \dots, x_k un chemin de F . Caractérisez le sous-graphe induit par x_1, \dots, x_k dans F .
6. Soit F une orientation transitive d'un graphe de comparabilité G ayant un maximum de sommets de degré entrant 0, et soit S cet ensemble. Montrer que S est un stable maximum de G .
7. En déduire que tout graphe de comparabilité est parfait.