

Feuille 4 - Clôture des langages reconnaissables, expressions régulières

Informatique Théorique 2 - Unité J1INPW11
Licence 3 - Université de Bordeaux

Exercice 1: Union, intersection, complémentaire, concaténation et étoile

1. Soit $L_1 = \{aa, baa, ab, aba\}$ et $L_2 = \{bbb, a, ab\}$ deux ensembles de mots. Donner les mots contenus dans les ensembles suivants : $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$, $L_1 \bullet L_2$, $L_1 \setminus L_2$, $(L_2)^2$, $(L_2)^*$ et $(a+b)^* \setminus L_1$, où \bullet est l'opération de concaténation.
2. Enlevez les ϵ -transitions de l'automate suivant :

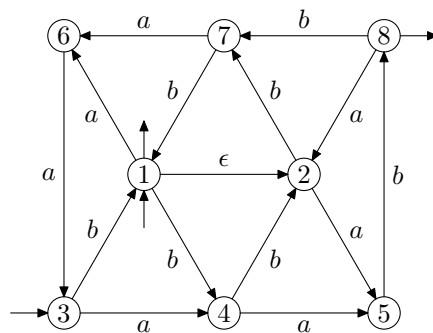


FIGURE 1 – Automate \mathcal{A}

3. Soit les automates \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 :

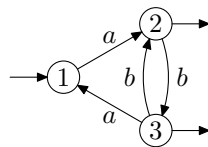


FIGURE 2 – Automate \mathcal{A}_1

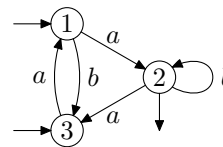


FIGURE 3 – Automate \mathcal{A}_2

Construisez des automates qui reconnaissent $L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_1) \bullet L(\mathcal{A}_2)$, $L(\mathcal{A}_2)$, $(L(\mathcal{A}_2))^2$, $(L(\mathcal{A}_2))^*$, $L(\mathcal{A}_1) \setminus L(\mathcal{A}_2)$, et $(a+b)^* \setminus L(\mathcal{A}_2)$ où \bullet est la concaténation des mots. Vous proposerez des constructions avec et sans ϵ -transitions.

Exercice 2: Démonstration de quelques propriétés de clôture sur les langages reconnaissables

Montrer que la classe des langages reconnaissables est close par union, intersection, concaténation, étoile et complémentaire.

Exercice 3: Expression régulière d'un automate

Donnez sous forme d'expressions régulières les langages reconnus par les automates

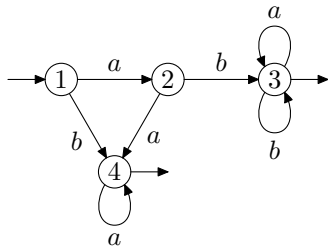


FIGURE 4 – Automate \mathcal{A}_1

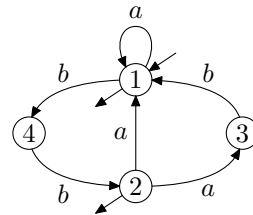


FIGURE 5 – Automate \mathcal{A}_2

Exercice 4: Automate d'une expression régulière

A l'aide de l'algorithme de Glushkov, donnez des automates finis (sans transitions ϵ) qui reconnaissent les langages suivants :

1. $aa(a + ab)^*b$
2. $(a + ab)^*(\epsilon + ab)$
3. $aab^*(ab)^* + ab^* + a^*bba$
4. $a((ab)^*cb^*)^* + a(ababacb^*)^*a^*$