

Feuille 1 - Expressions rationnelles et automates finis

Informatique Théorique 2 - Unité J1INPW11
Licence 3 - Université de Bordeaux

Dans tout le cours, les expressions construites à partir des lettres en utilisant les opérateurs \cdot pour la concaténation, $*$ pour l'étoile et $+$ pour l'union sont appelées indifféremment :

- expressions rationnelles, ou
- expressions régulières.

Exercice 1: Langage associé à une expression régulière

Donner tous les mots de longueurs 0, 1, 2, 3, et 4 des langages décrits par les expressions régulières suivantes :

1. $(a + ba)^*$
2. $a(aa + b(ab)^*a)^*a$

Exercice 2: Expression régulière d'un langage

Sur l'alphabet $\{a, b\}$, donner une expression régulière pour

1. le langage des mots qui ont toujours un nombre pair de b entre deux occurrences de la lettre a .
2. le langage des mots tels que toutes les (éventuelles) occurrences de a se trouvent avant toutes les (éventuelles) occurrences de b .
3. le langage des mots qui ne contiennent pas le facteur aa .

Exercice 3: Quelques identités sur les langages

Soient K et L deux langages et

$$L^+ = \bigcup_{i \geq 1} L^i = L \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots$$

Les identités suivantes sont-elles toujours correctes ?

1. $L^+ = LL^*$
2. $LL^* = L^* \setminus \{\epsilon\}$
3. $L^* = \epsilon + LL^*$
4. $(KL)^*K = K(LK)^*$

Justifier les réponses.

Exercice 4: Langage reconnu par un automate

Donner tous les mots de longueurs 0, 1, 2, 3 et 4 reconnus par les automates des figures 1 et 2.

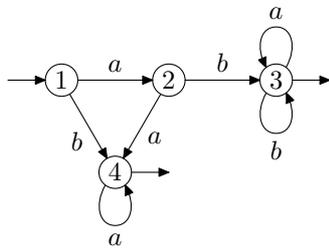


FIGURE 1 – Automate \mathcal{A}_1

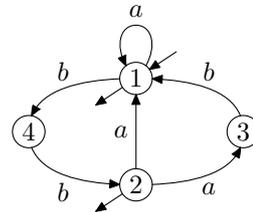


FIGURE 2 – Automate \mathcal{A}_2

Exercice 5: Quelques exemples d'automates

Donner, si possible, un automate et une expression régulière pour les langages suivants construits sur l'alphabet $\{a, b, c\}$:

1. tous les mots ;
2. tous les mots sans b ;
3. tous les mots contenant au plus une occurrence de la lettre a ;
4. tous les mots contenant au moins une occurrence de la lettre a ;
5. tous les mots dans lesquels chaque a est suivi d'un b ;
6. pour un mot donné x , le langage $\{x\}$;
7. tous les mots de longueur paire ;
8. tous les mots avec le préfixe ab ;
9. tous les mots avec le suffixe ab ;
10. tous les mots excepté le mot vide.
11. tous les mots qui contiennent le facteur ab mais ne contiennent pas le facteur aba .

Démontrer que les automates donnés reconnaissent bien ces langages et que les expressions régulières les décrivent bien.

Exercice 6: Exercice plus difficile et recommandé en travail personnel

Étant donné un alphabet A et un mot x de A^* , construire un automate déterministe à $|x| + 1$ états qui reconnaît A^*x . Pour comprendre la construction, commencer avec un petit mot, par exemple aba .