

4TPM205U: Algorithmique des tableaux: feuille 6

Recherche dichotomique dans tableau trié

À traiter après la feuille 7 en 2019-2020

Travaux dirigés

Exercice 1 – Soit t un tableau de n entiers, trié dans l'ordre croissant. On cherche si un entier x est présent ou non dans le tableau. En Python, on peut le faire à l'aide de l'expression « x in t », interdite dans cet exercice :-/.

Le principe de la recherche dichotomique est le suivant : on compare x avec l'élément médian du tableau m (pour le moment, $m = t[(n-1)//2]$), puis

- si m est égal à x alors x est présent dans le tableau.
- sinon
 - ou bien m est (strictement) plus grand que x , et on recherche x dans la première moitié du tableau (indices strictement inférieurs à $(n-1)//2$),
 - ou bien m est (strictement) plus petit que x et on recherche x dans la seconde moitié du tableau (indices strictement supérieurs à $(n-1)//2$).

La recherche de x dans le demi-tableau retenu se fait en appliquant le même procédé.

L'algorithme s'arrête lorsque l'élément médian est égal à x ou que la partie de tableau dans laquelle s'effectue la recherche est vide.

1. Comment est calculé l'élément médian lorsque la recherche se fait non pas dans le tableau complet, mais dans le sous-tableau entre les indices **debut** et **fin** (inclus) ?
2. Écrire la suite des couples de positions (**debut**, **fin**) délimitant le sous-tableau dans lequel est cherché l'élément lorsque le tableau initial est $[-2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 16, 22]$ et que
 - a. l'élément à chercher est 7.
 - b. l'élément à chercher est 3.
 - c. l'élément à chercher est -5.
 - d. l'élément à chercher est 16.
3. Dans le cas où la valeur cherchée n'est pas présente, comment évolue la taille du tableau dans lequel se fait la recherche lorsque la taille du tableau de départ est $N = 2^k - 1$?
4. Si $N = 2^k - 1$, combien de comparaisons entre x et des valeurs du tableau sont-elles nécessaires, dans le cas le pire (quel est-il ?), en fonction de k ? En fonction de N ?
5. Dans le cas général (N n'est pas nécessairement de la forme $2^k - 1$), évaluer le nombre de comparaisons (dans le pire des cas) à effectuer lors de la recherche dichotomique, en fonction de la taille N du tableau.
6. Écrire la fonction `rechercheDichotomique(t, n, x)` qui effectuera la recherche dichotomique de la valeur x dans le tableau t contenant n éléments en appliquant un algorithme **itératif**. Cette fonction renverra un indice i tel que $t[i]$ vaut x , ou -1 si la valeur x n'est pas présente dans t .