

Partie 5:

Algorithme de la marche

Marcher n pas :

1. Pour i allant de 1 à n faire un pas
2. ???

Réversivité : définition

Un algorithme ou un programme est dit réversif si il est défini en faisant référence à lui-même.

Un algorithme réversif produit une fonction réversive.

Calculer a^n : faire n fois $a*a*a...$

```
def puissanceIter (a, n) :  
    p=1  
    for i in range (1,n+1) :  
        p=p*a  
    return (p)
```

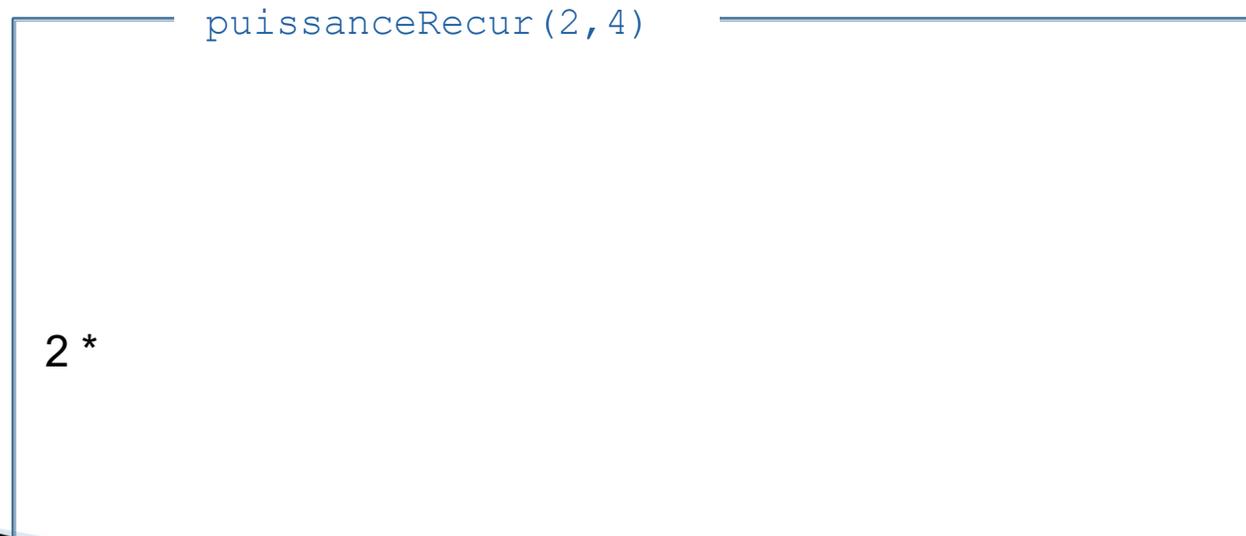
Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n) :  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur (a,n-1))
```

Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

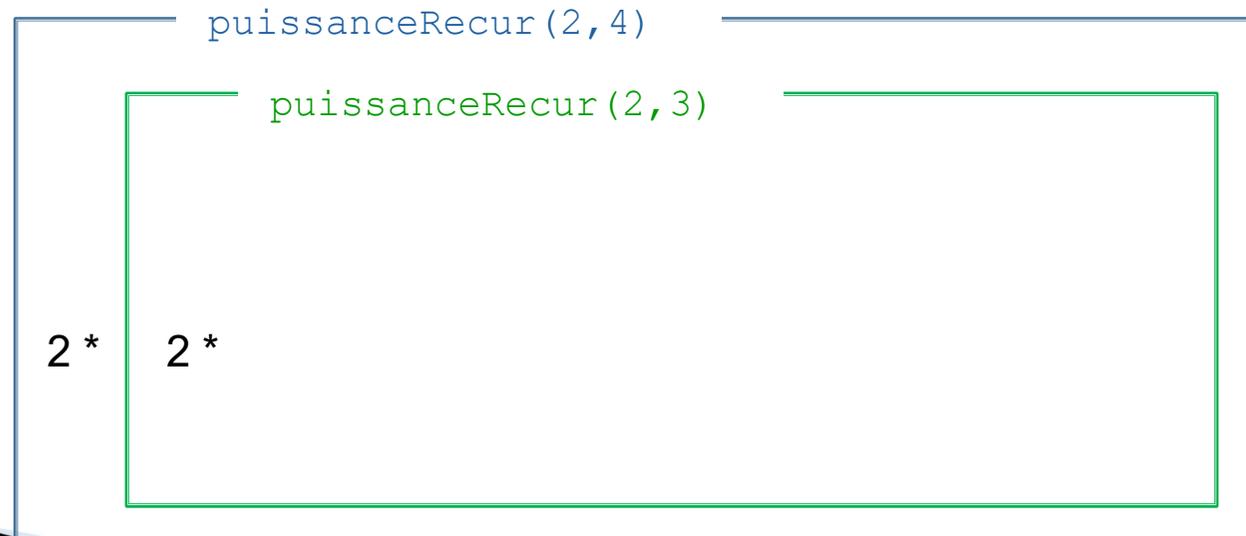
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

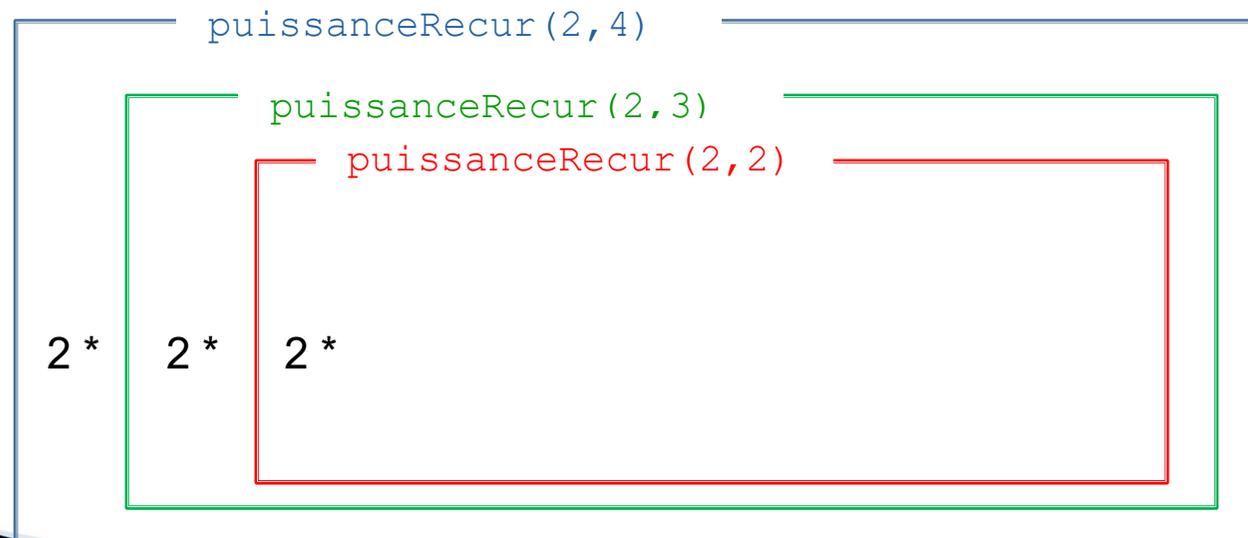
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

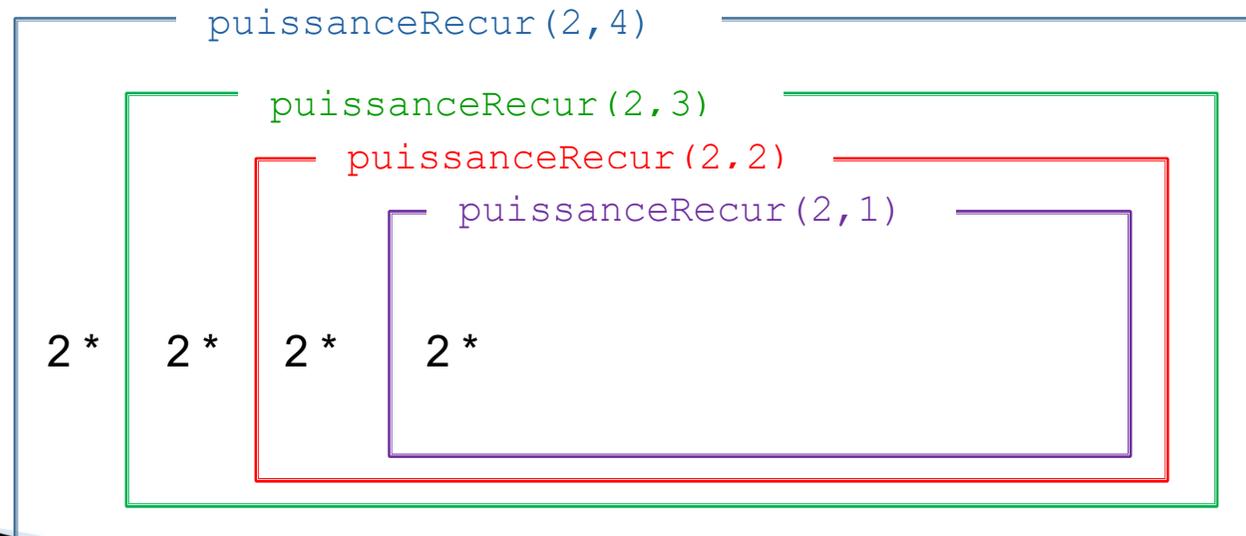
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

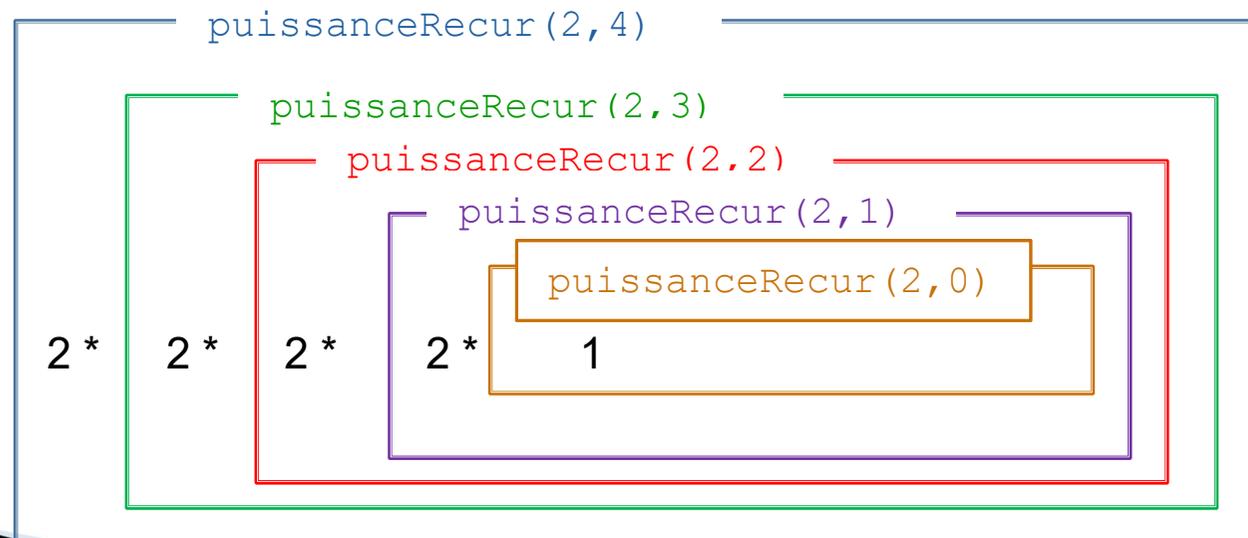
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

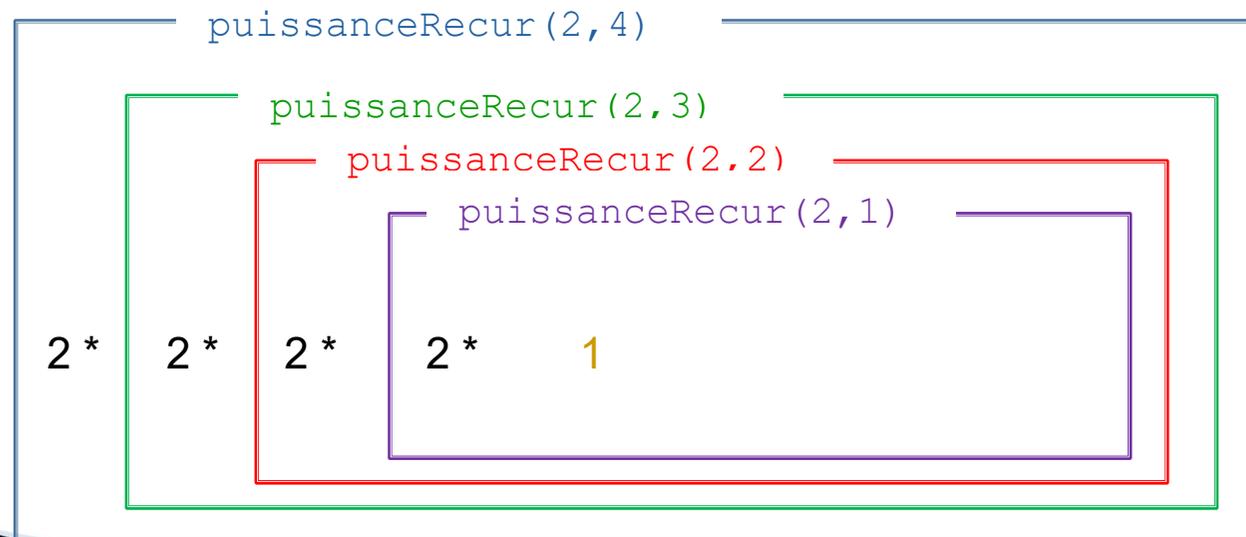
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

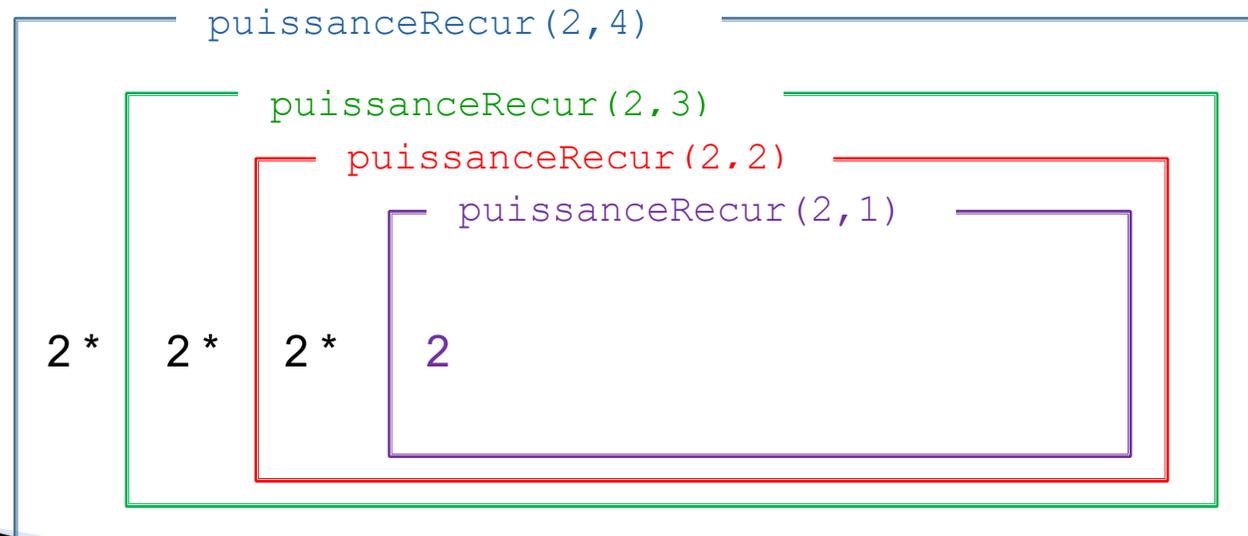
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

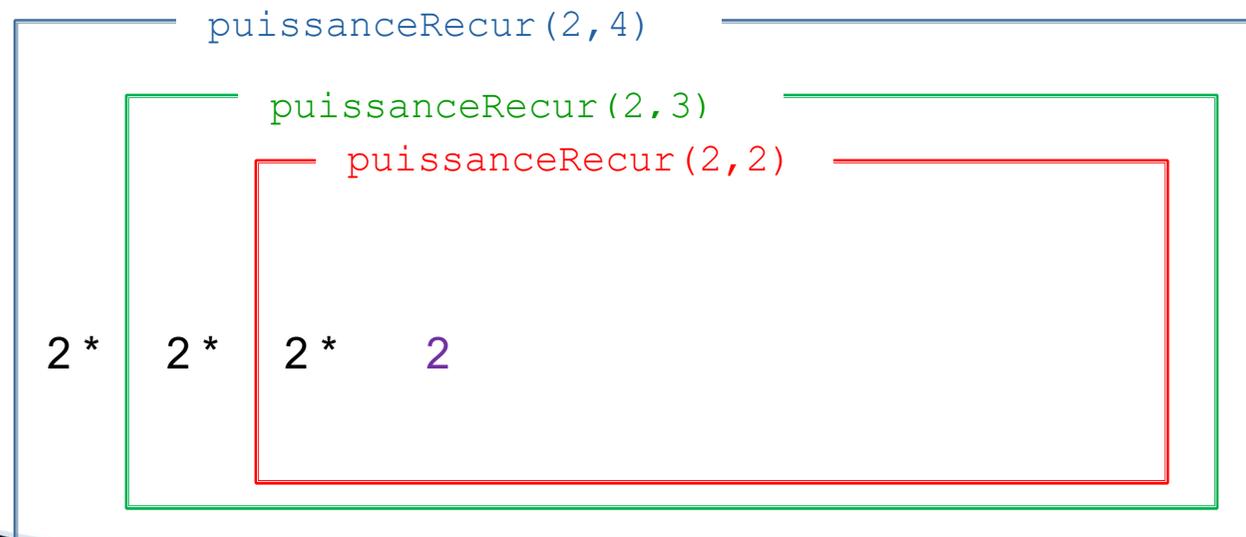
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

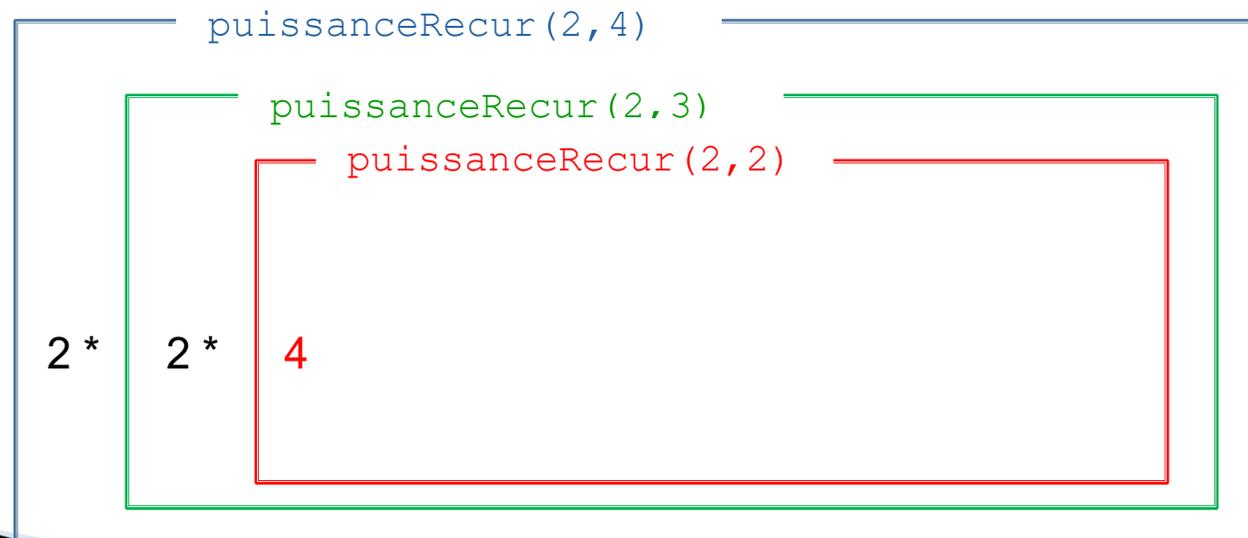
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

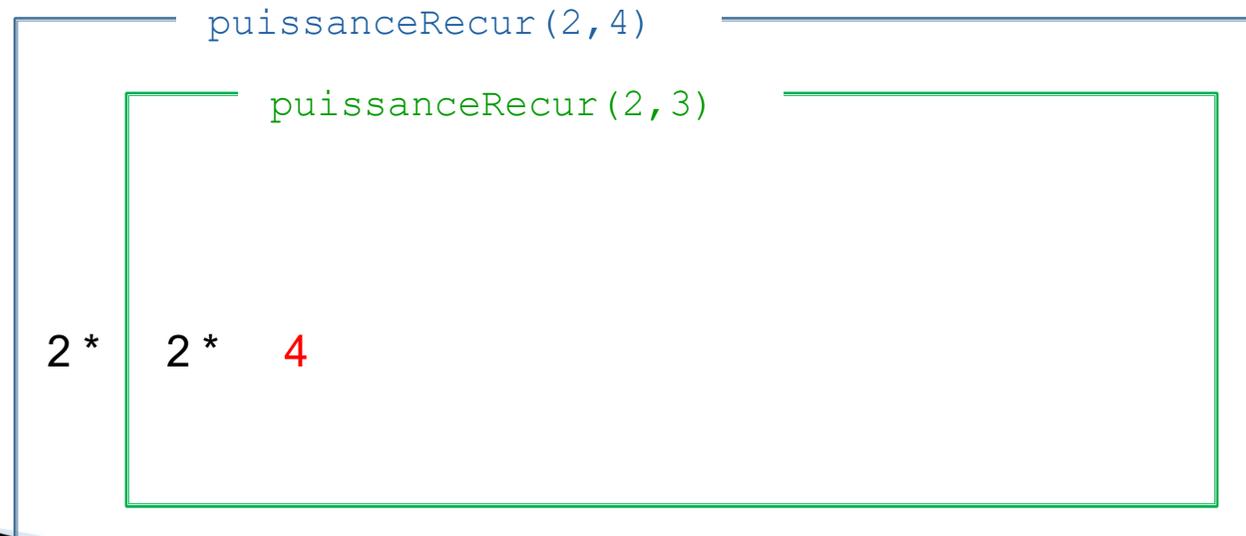
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

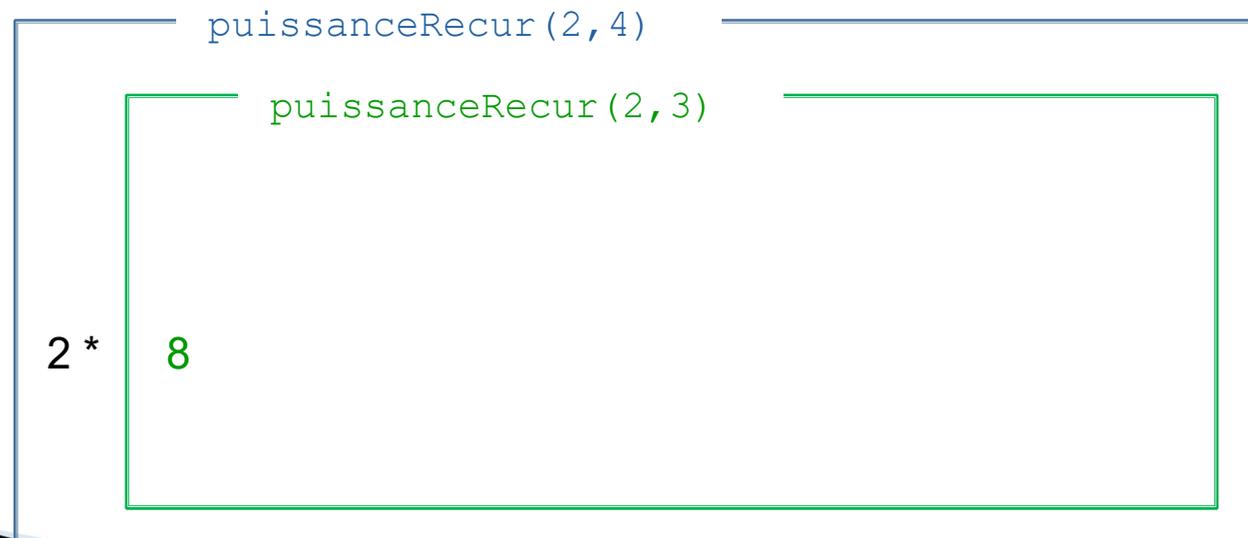
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

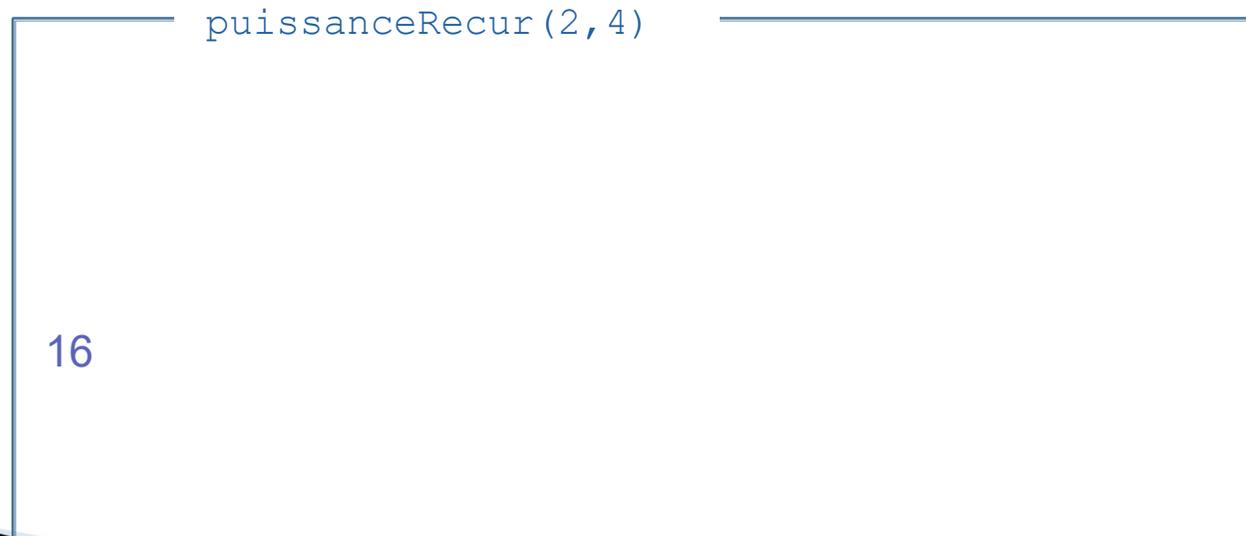
Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

Calculer `puissanceRecur(2,4)`



Calculer $a^n : a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1)  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

`puissanceRecur(2,4)` → 16

Récurtivité

- ▶ La récursivité consiste à remplacer une boucle par un appel à la fonction elle-même.

Chaque fois que l'on désire programmer une fonction récursive, on doit répondre aux questions suivantes :

- ▶ Comment le problème au rang n se déduit-il de la solution à un (des) rang(s) inférieur(s) ?
- ▶ Quelle est la condition d'arrêt de la récursivité ?

Calculer a^n : $a * a^{n-1}$

```
def puissanceRecur (a,n):  
    if n==0 :  
        return(1) # condition d'arrêt  
    return (a*puissanceRecur(a,n-1))
```

Calculer `puissanceRecur(2,4)`

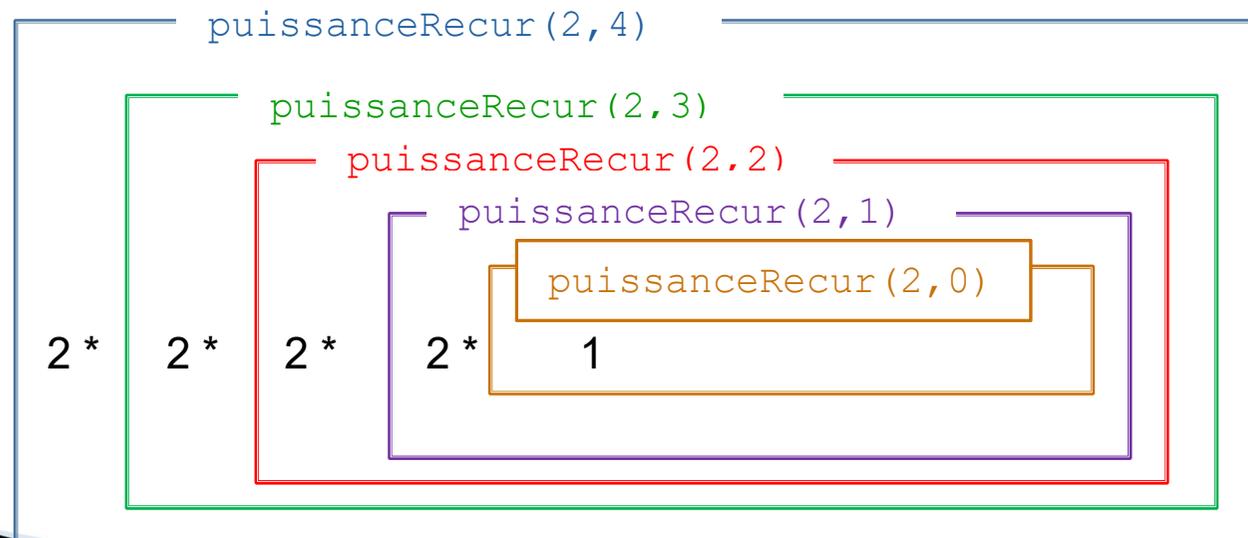
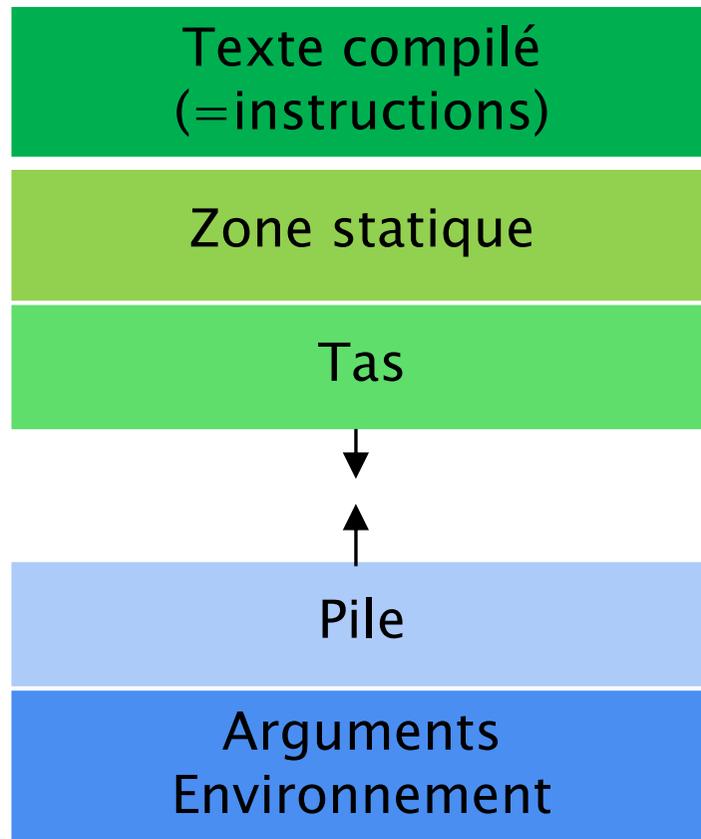


Schéma conceptuel de la mémoire



- La zone statique et le texte sont **fixés avant le lancement**
- Les arguments sont initialisés au lancement du programme
- La pile et le tas évoluent pendant l'exécution

Complexité : nombre d'appels

Soit :

$$u_1 = 1$$

$$u_n = u_{n-1} + n$$

Fonction itérative :

```
def suite(n):  
    s=0  
    for i in range(1,n+1):  
        s=s+i  
    return(s)
```

Fonction récursive

```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```

Complexité en temps : *n pour les 2 versions.*

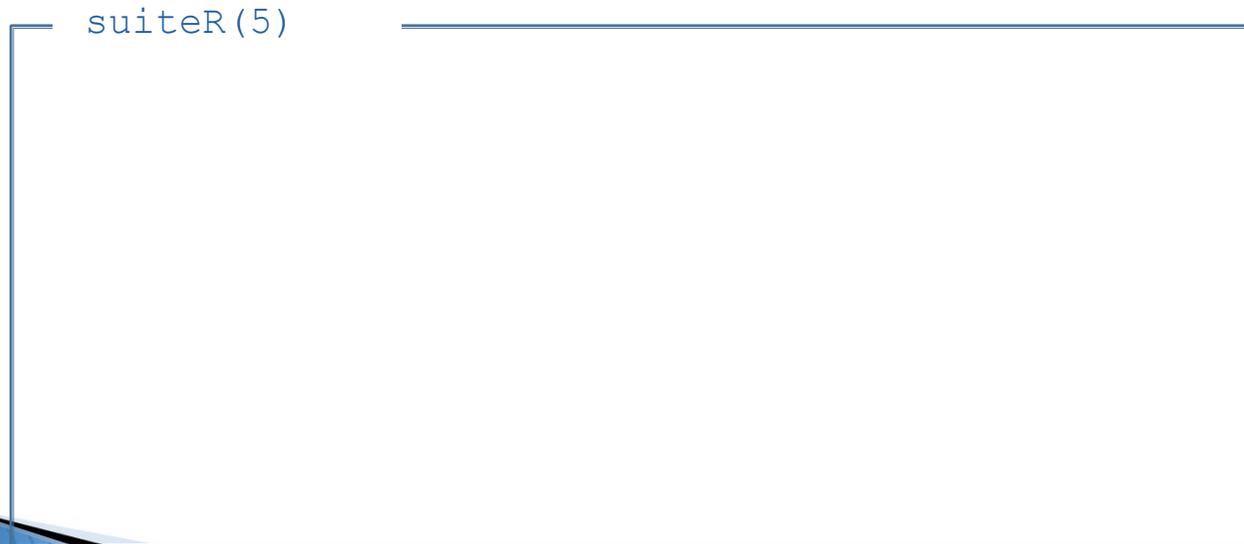
Complexité mémoire : *1 pour la version itérative MAIS n pour la version récursive.*

Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```

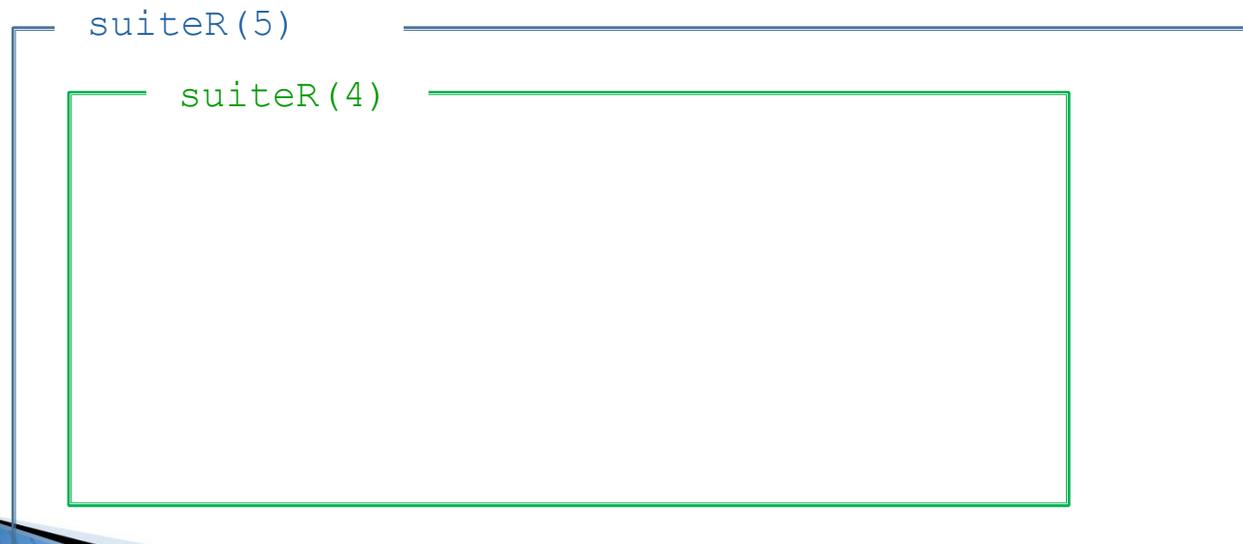
Calculer SuiteR(5)



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

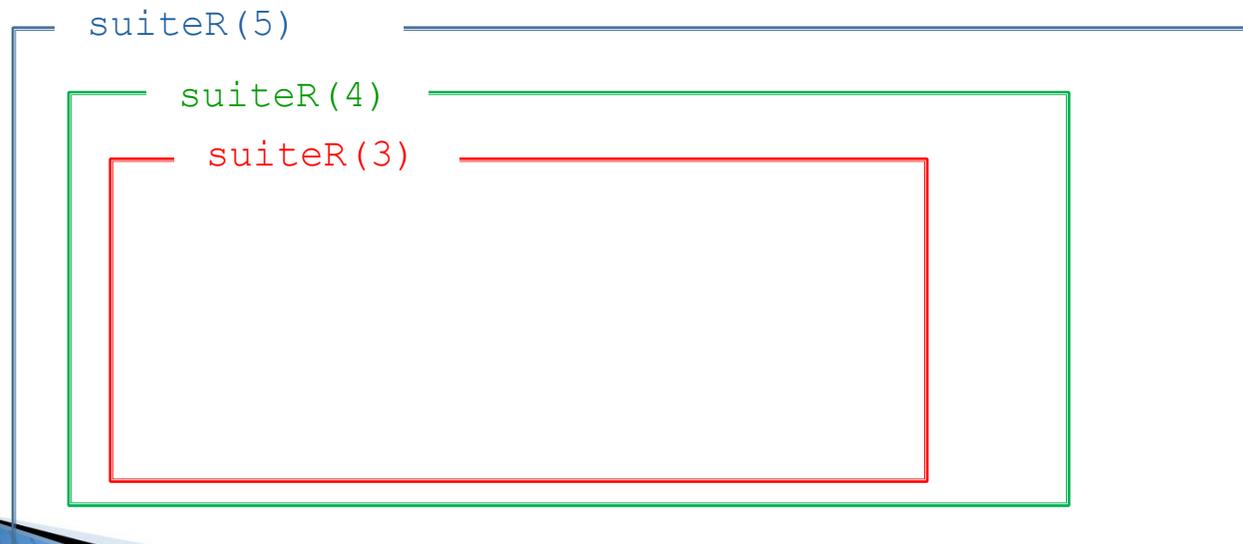
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

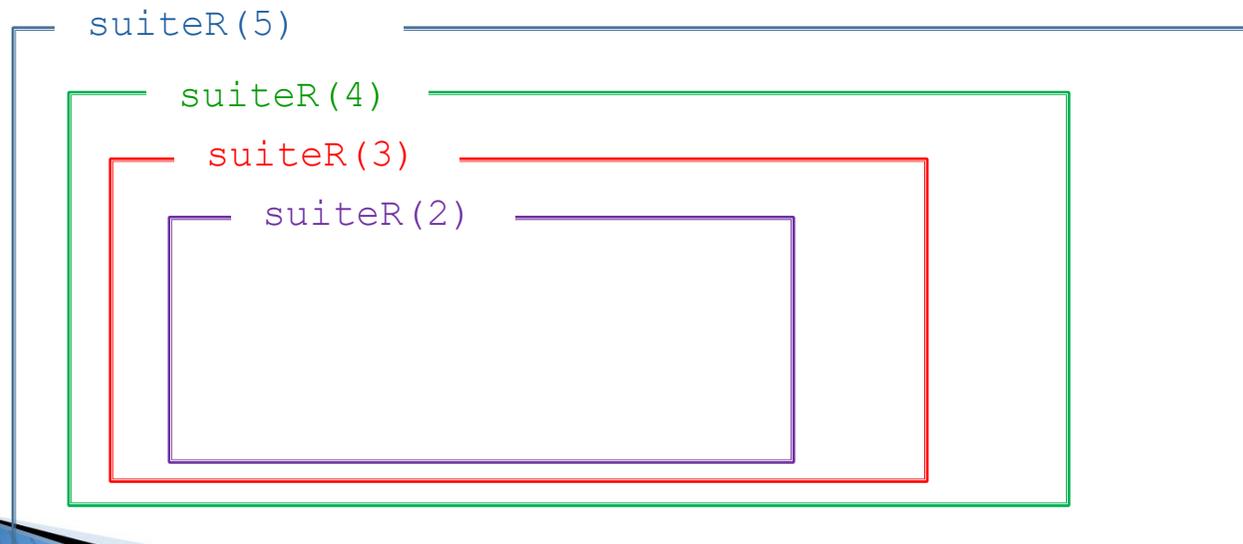
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

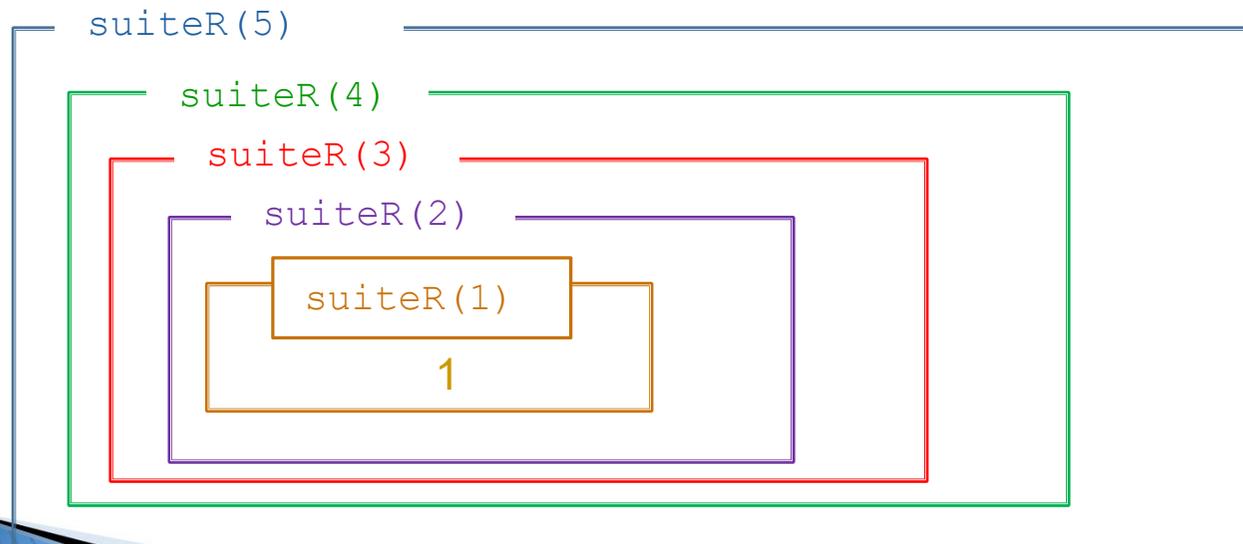
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

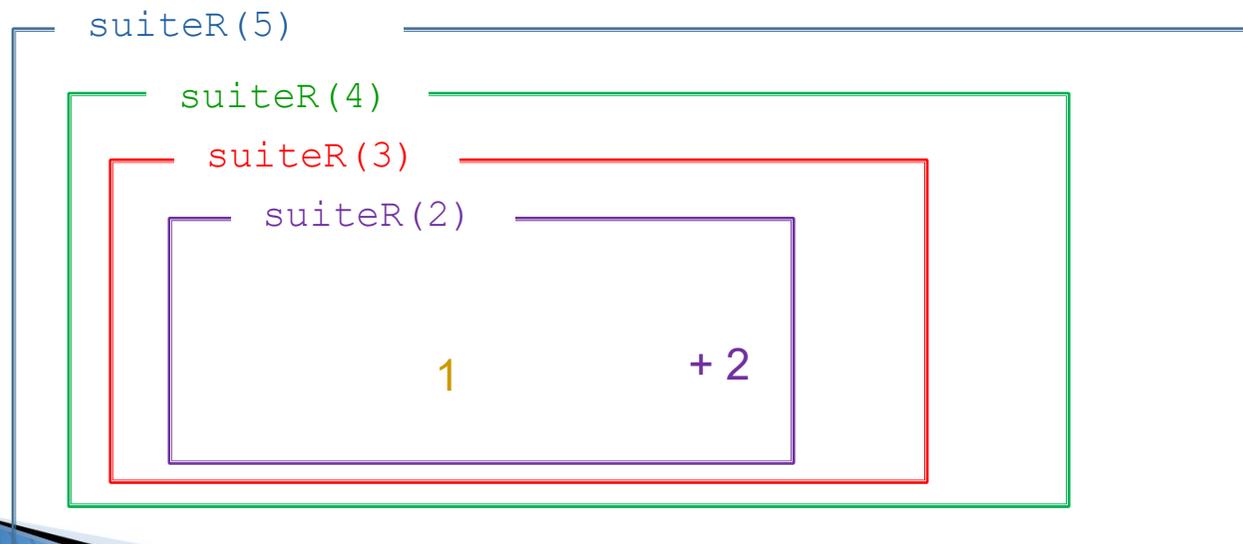
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

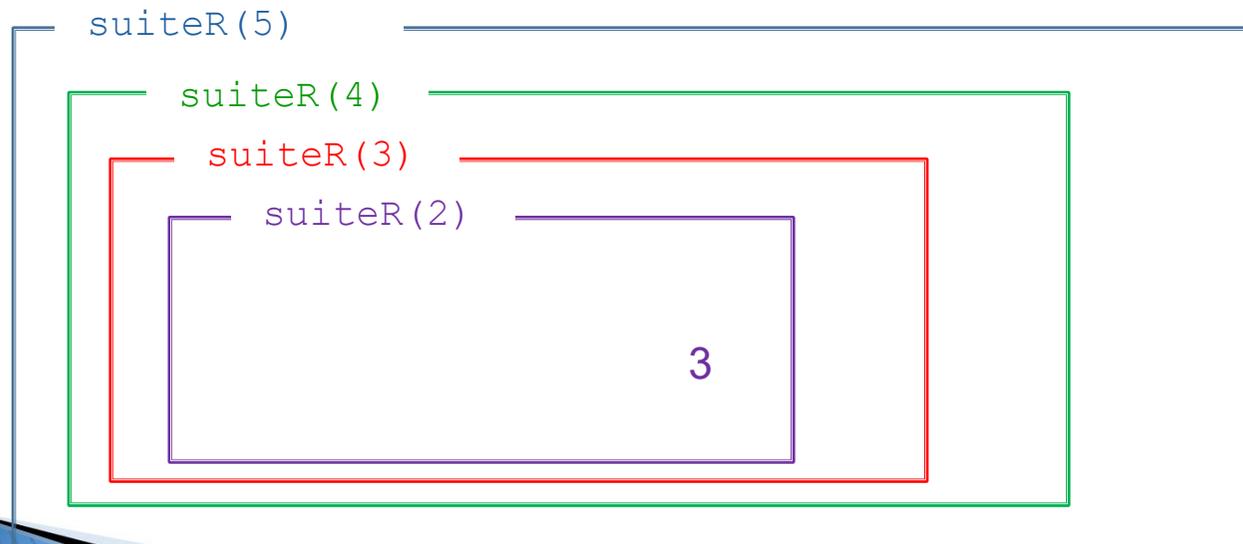
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

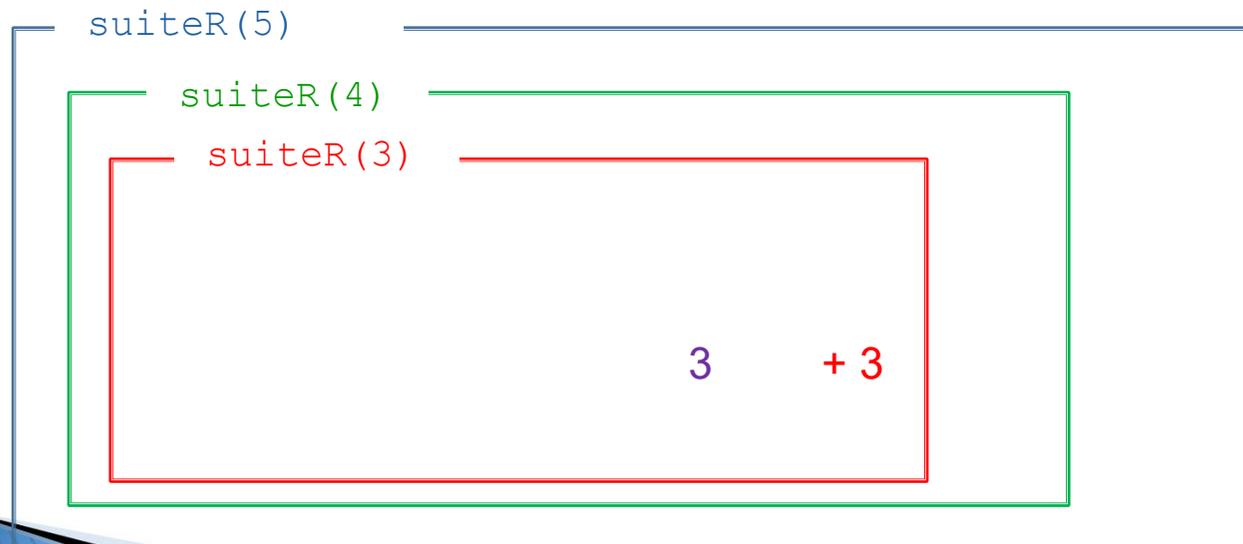
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

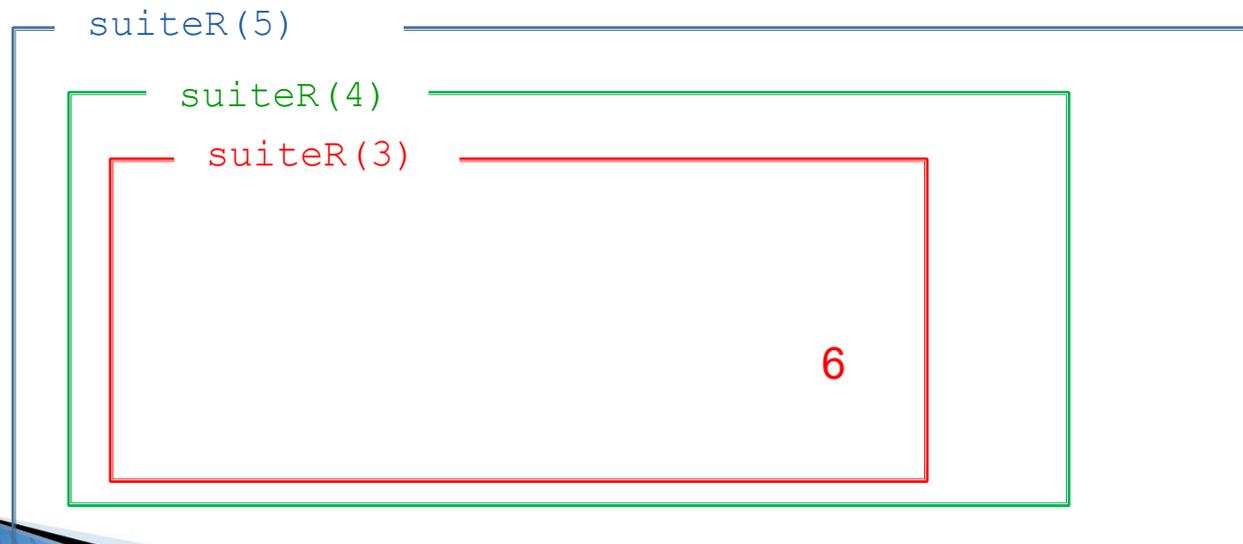
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

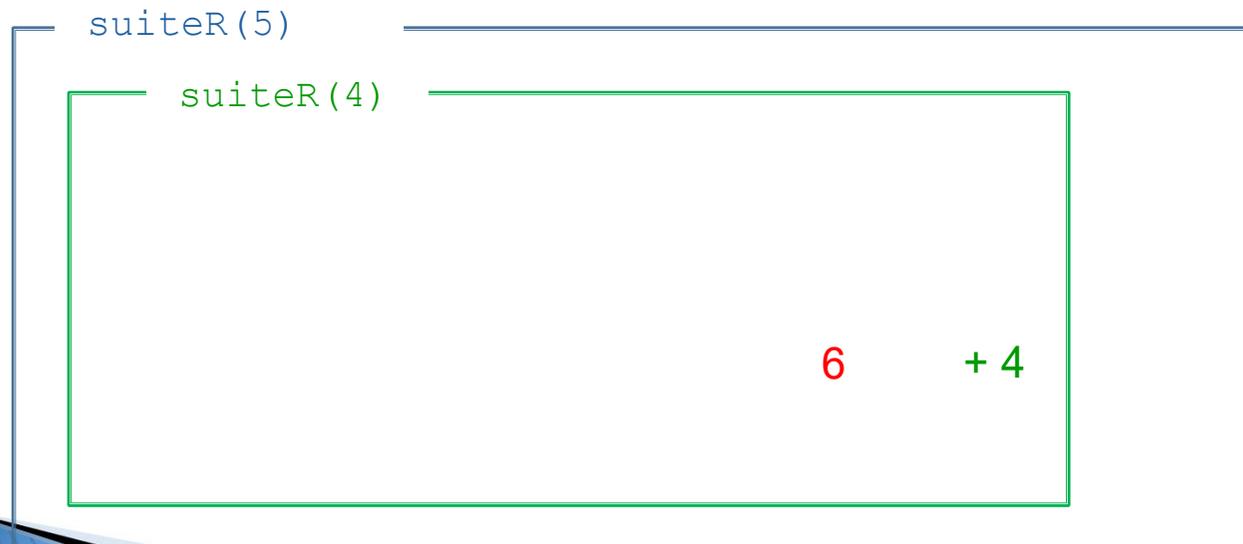
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

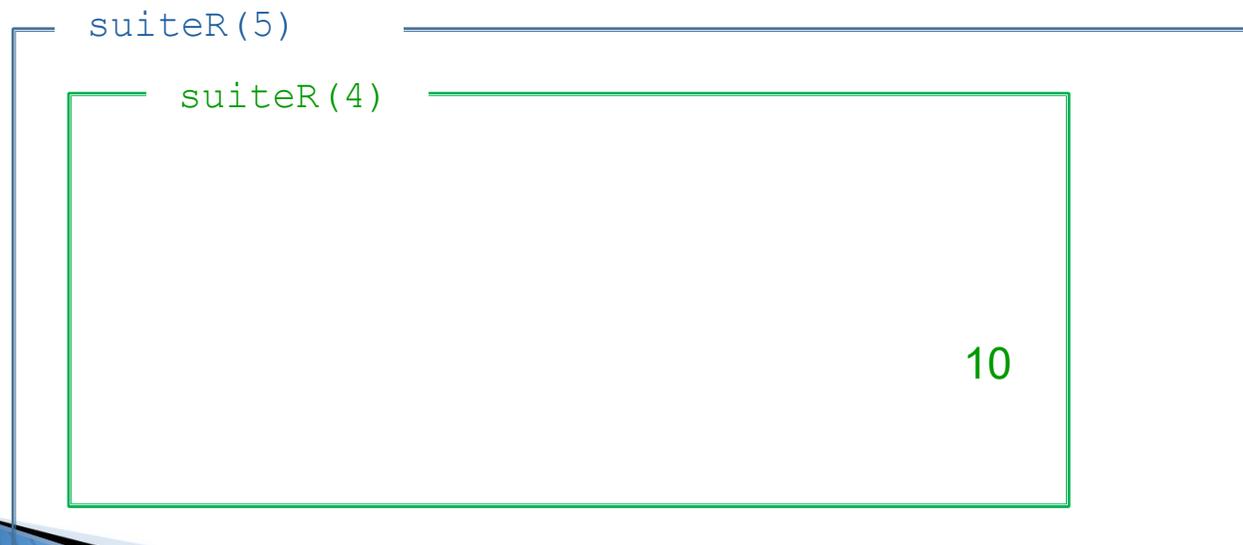
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

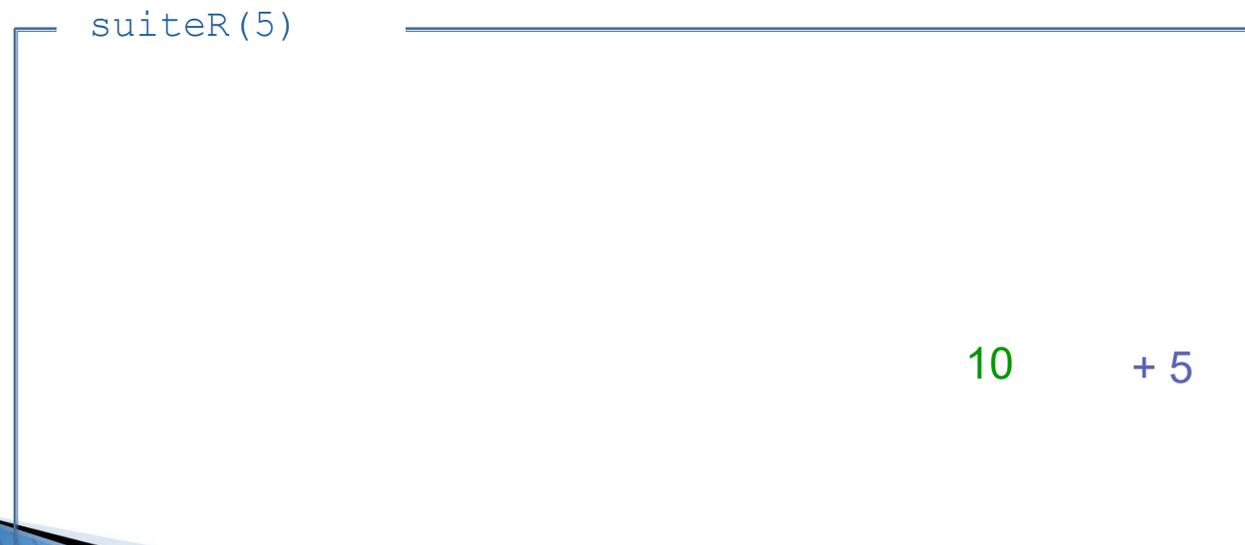
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

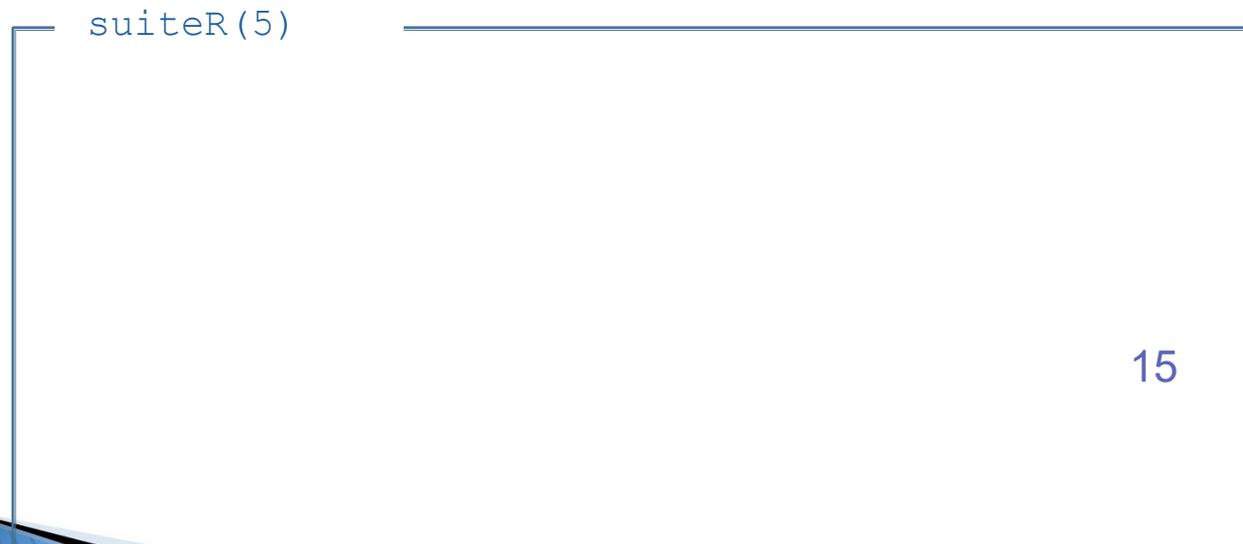
```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```



Complexité : nombre d'appels

Somme des entiers :

```
def suiteR(n):  
    if (n==1):  
        return(1)  
    return(suiteR(n-1)+n)
```

`suiteR(5)` → 15

Complexité : Fibonacci

Soit :

$$u_0=1, u_1=1$$

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \text{ pour } n > 2$$

```
def fibo(n):  
    if(n<2):  
        return(1)  
    return(fibo(n-1)+fibo(n-2))
```



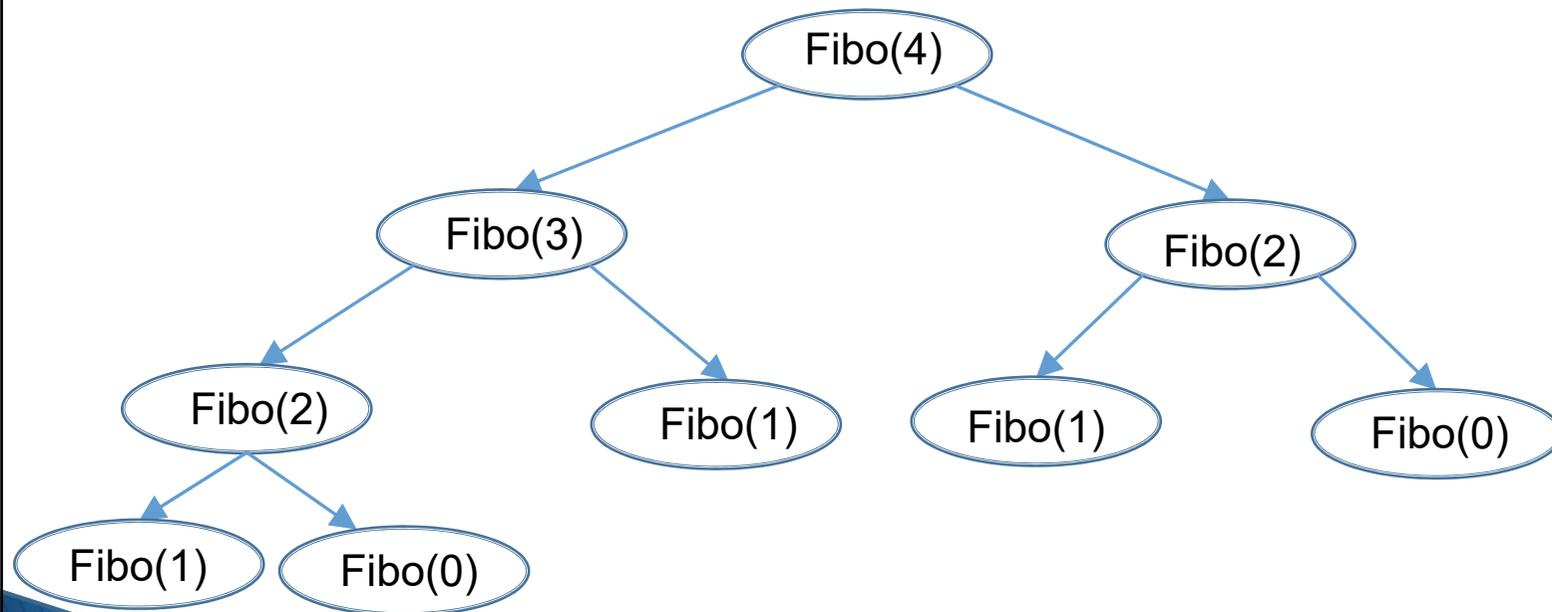
Complexité en $\Omega(\Phi^n)$ avec $\Phi \cong 1,61$ donc complexité exponentielle. Il existe d'autres algorithmes en $O(n)$ et même en $O(\log_2(n))$ pour faire le même calcul.

Complexité : Fibonacci

Soit :

$$u_0=1, u_1=1$$

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \text{ pour } n > 2$$



Exemple : factorielle

```
def Factorielle(n) :  
    if (n <= 1):  
        return 1  
    return (n * Factorielle(n-1))
```

Exemple : Rechercher un élément dans un tableau itératif

```
def recherche(t, n, x):  
    i = 0  
    while (i < n):  
        if (t[i] == x):  
            return (i)  
        i = i + 1  
    return (-1)
```

Exemple : Rechercher un élément dans un tableau récuratif

```
def recherche (t, n, x) :  
    if (n==0) :  
        return (-1)  
    if (t[n-1]==x) :  
        return (n-1)  
    return (recherche (t, n-1, x))
```

Recherche dichotomique récursive.

```
def chercheRec(t, n, d, f, e) :  
    if (f==d):  
        if (t[d]==e):  
            return(f)  
        else:  
            return(-1)  
    else :  
        m=(d+f)//2  
        if t[m]==e :  
            return m  
        if (t[m]<e):  
            return(chercheRec(t,n,m+1,f,e))  
        else:  
            return(chercheRec(t,n,d,m,e))
```

Problème ?

Algo des Tableaux 2019-20

288