

TD 10 Arbres AVL

Exercice 10.1 *Exemples*

Il-y-a-t-il des arbres AVL parmi les arbres de la Fig.1.
Justifier votre réponse.

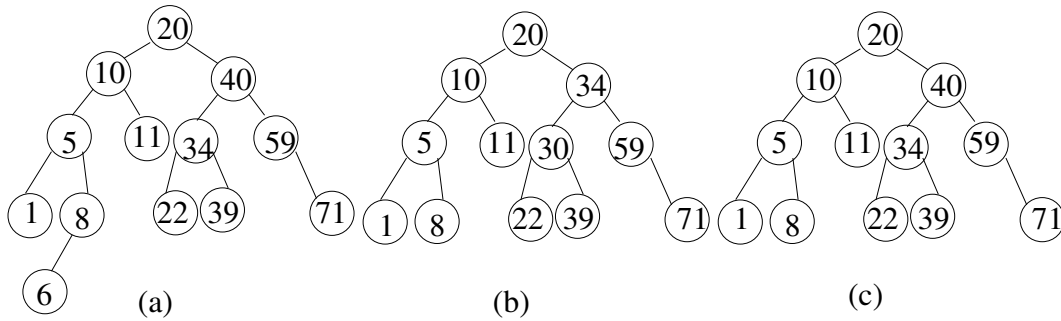


FIGURE 1 – Définition

Exercice 10.2 *Facteur d'équilibrage*

1. Etiqueter les arbres binaires de recherche de la Fig.2.
En déduire si les ABRs sont des arbres AVL.

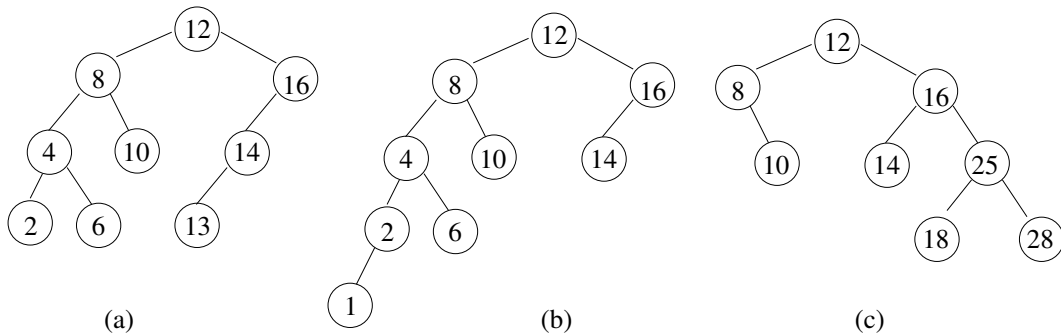


FIGURE 2 – Le facteur d'équilibrage $eq(s)$ d'un sommet s ayant pour sous-arbre gauche (resp.droit) G_s (resp. D_s) est $eq(s) = h(D_s) - h(G_s)$, $h(A)$ étant la hauteur de l'arbre A .

2. Les arbres qui ne sont pas AVL, pourront le devenir en effectuant un rééquilibrage en utilisant des rotations¹.
Sur la Fig.3 on illustre deux cas de rééquilibrage.
Détecter ces cas sur les exemples de la Fig.2.
3. Appliquer les rotations nécessaires à transformer en arbres AVL les arbres de la Fig.2.

1. Pour rappel, on effectue une rotation autour de tout sommet dont le facteur d'équilibrage ne correspond pas à un AVL. Soit le sommet y , $eq(y) = -2$ et les arbres gauche et droit de y sont des arbres AVL. Si x , le fils gauche de y , a un facteur d'équilibrage $eq(x) = 0$ ou $eq(x) = -1$ alors on effectue une rotation droite autour de (y, x) . Sinon, $eq(x) = 1$, alors x a un sous-arbre droit de racine z qui a deux sous-arbres. On effectue une rotation gauche autour de (x, z) et ensuite une rotation droite autour de (z, y) . Le cas de $eq(y) = 2$ est traité par symétrie.

4. Insérer la valeur 7 et rééquilibrer au besoin.
5. Supprimer la valeur 8 et rééquilibrer au besoin.

Exercice 10.3 *Construction d'un arbre AVL*

Donner l'arbre AVL correspondant aux insertions suivantes :

2, 10, 12, 4, 16, 8, 6, 14

On dessinera toutes les étapes.

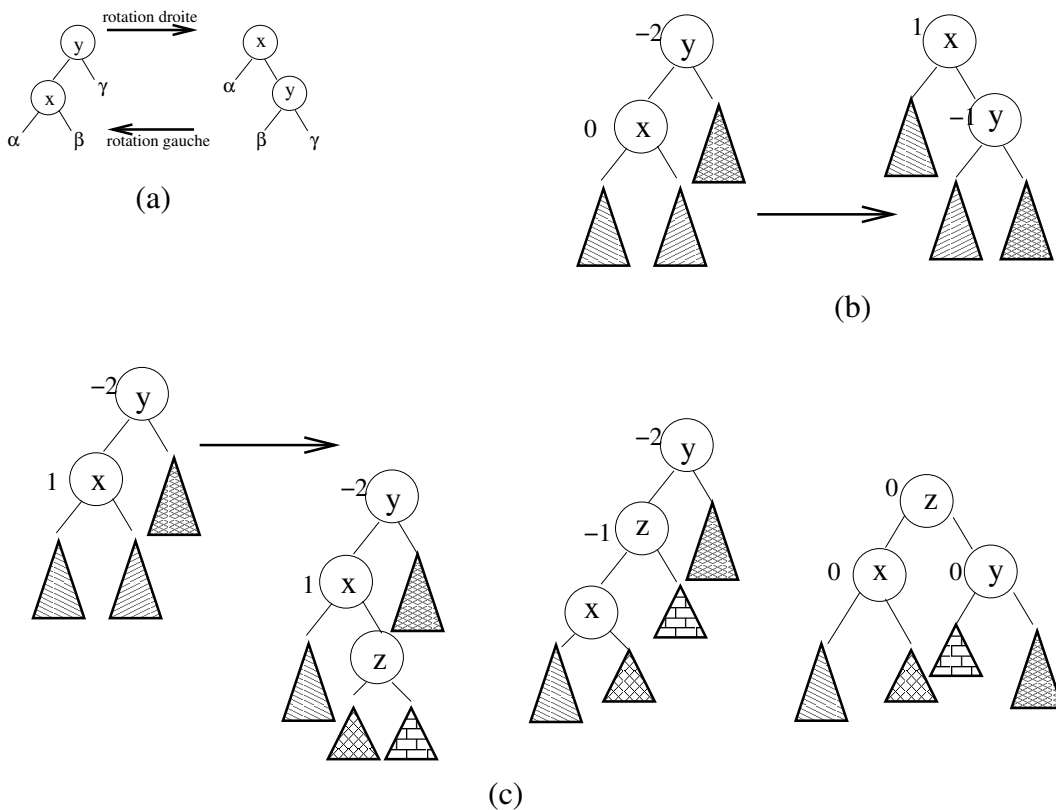


FIGURE 3 – Rééquilibrage

Exercice 10.4 *Arbre AVL*

Soit l'arbre AVL illustré sur la figure 4.

1. Montrer les positions des insertions de feuille qui conduiront à un arbre déséquilibré.
2. Donner les facteurs d'équilibrage.
3. Dessiner et expliquer les modifications de l'arbre lors de l'insertion de la valeur 65. On mentionnera les modifications des facteurs d'équilibrage.

Exercice 10.5 *Vérification*

1. Ecrire une fonction qui vérifie si un arbre binaire est un AVL. Par exemple pour la figure 1(a) et la figure 1(b) la fonction renvoie **faux** et **vrai** pour la figure 1(c).
2. Quelle est la complexité de votre fonction ? Justifier votre réponse.

Problème récurrent

Exercice 10.6 Gestion d'une piste d'atterrissage

Un avion est caractérisé par un enregistrement contenant :

- un indicatif (6 caractères)
- sa destination (30 caractères)
- son autonomie résiduelle de carburant, comptée en heures de vol (entier)
- deux booléens indiquant s'il y a un pirate à bord et s'il y a le feu.

Le problème consiste à

1. définir les structures de données nécessaires à la gestion d'une piste d'atterrissage ;
2. définir et écrire une fonction calculant la priorité d'un avion pour l'utilisation de la piste ;
3. définir et écrire les fonctions nécessaires à la gestion complète de la piste (on envisagera la suppression d'un avion piraté de la file d'attente lorsque le pirate a mis sa menace de détournement à exécution).

Quelles notions vues dans ce TD peuvent permettre d'amorcer la résolution du problème ?

ANNEXE A : Type abstrait arbreAVL

```
type celluleAVL= structure
    info: objet;
    hauteur: entier;
    gauche: sommetAVL;
    droit: sommetAVL;
    pere: sommetAVL;
finstructure
sommetAVL= ^celluleAVL;
arbreAVL= sommetAVL;

fonction getHauteur(ref s: sommetAVL): entier;
fonction setHauteur(ref s: sommetAVL): entier;
fonction rotationDroite(ref s: sommetAVL): vide;
fonction rotationGauche(ref s: sommetAVL): vide;
fonction ajouter(ref s: sommetAVL, val e: objet): vide;
fonction supprimer(ref s: sommetAVL): boolean;
fonction equilibrerApresInsertion(ref s: sommetAVL, val cote: entier): vide;
fonction equilibrerApresSuppression(ref s: sommetAVL): vide;
fonction equilibrerUnSommet(ref p,s : sommetAVL): vide;
```

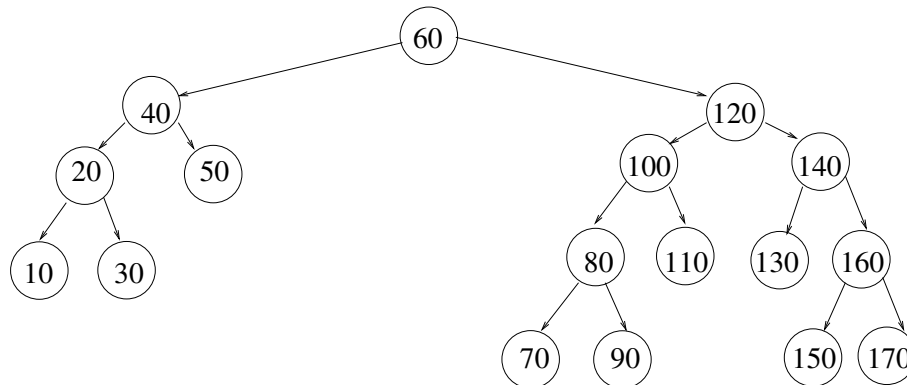


FIGURE 4 – Facteurs d'équilibrage et insertion