

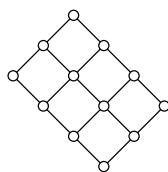
Indiquez votre numéro d'anonymat :

Une *chaîne paire* est une chaîne dont le nombre d'arêtes est pair. Un *cycle pair* est une chaîne paire qui est également un cycle. Un *graphe biparti* est un graphe non orienté dont tous les cycles sont pairs.

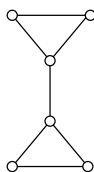
**Question 1.** Cocher les affirmations qui sont correctes :

- Tout graphe sans cycle est biparti.
- Tout graphe Eulérien est biparti.
- Tout graphe biparti d'au moins 4 sommets possède un nombre pair de sommets.
- Pour tout arbre  $A$ , on a  $|E(A)| = |V(A)| - 1$ .
- Tout graphe biparti est Eulérien.
- Le graphe  $G_1$  dessiné ci-dessous possède 4 sommets de degré 2, 6 de degré 3 et 2 de degré 4, donc  $2 \times |E(G_1)| = 4 \times 2 + 6 \times 3 + 2 \times 4 = 34$ .

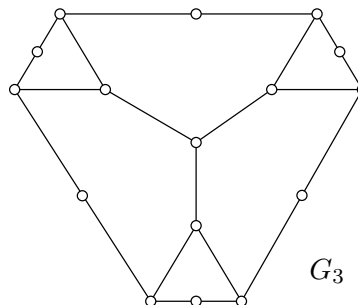
**Question 2.** Les graphes  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  dessinés ci-dessous sont-ils bipartis ? Si oui, justifier la réponse. Si non, dessiner directement sur le(s) graphe(s) un cycle qui n'est pas pair.



$G_1$



$G_2$



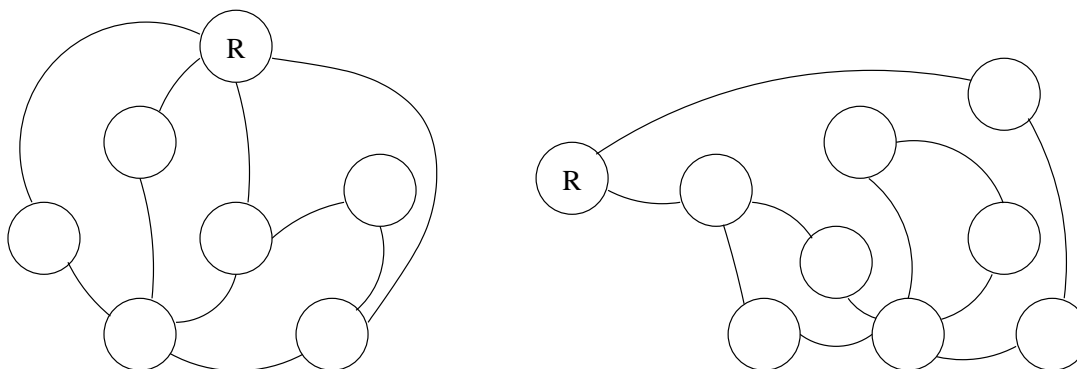
$G_3$

**Question 3.** On imagine un algorithme pour colorier les sommets d'un graphe non orienté. Initialement, un seul sommet est rouge et les autres sont blancs. À la fin de l'algorithme, chaque sommet sera soit rouge, soit vert (on simule la couleur rouge avec la lettre 'R' et le vert avec la lettre 'V'). Voici l'algorithme :

```

tant qu'il existe un sommet blanc S avec un voisin rouge ou vert :
  si S a un voisin vert
  alors colorier S en rouge
  sinon colorier S en vert
  
```

Marquer le résultat de l'algorithme sur les deux graphes ci-dessous :



**Question 4.** Un programmeur médiocre vient d'écrire un programme censé calculer certaines statistiques sur un graphe quelconque. La complexité du programme peut être exprimée sous la forme  $O(|V|^2 + |E|)$ . Il teste son programme sur plusieurs graphes avec les résultats suivants :

	$ V $	$ E $	temps d'exécution
$G_4$	10	100	3 s
$G_5$	20	200	8 s

Quel temps d'exécution approximatif peut on espérer sur un graphe avec  $|V| = 40$  et  $|E| = 400$  ?

Réponse et justification :

**Question 5.** Voici une fonction Python nommée `mystere` :

```
def mystere(a, b):
    result = 0
    while a > 0:
        if a % 2 == 1:
            result = result + b
            a = a - 1
        else:
            a = a / 2
            b = b * 2
    return result
```

Donner le résultat de cette fonction sur les valeurs des paramètres `a` et `b` indiquées dans le tableau :

a	b	mystere(a, b)
7	4	
4	7	
3	8	
5	6	

Expliquer en une phrase ce que fait la fonction `mystere` :

**FIN.**