

Indiquez votre numéro d'anonymat : No :

**Question 1.** Soient  $G$  et  $H$  les deux graphes dessinés ci-dessous.

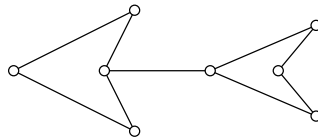


Cocher les affirmations qui sont correctes :

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $G$ a des arêtes multiples | <input type="checkbox"/> $H$ est fortement connexe                               |
| <input type="checkbox"/> $H$ est un graphe orienté  | <input type="checkbox"/> $G$ est Eulérien  |
| <input type="checkbox"/> $G$ a 18 arêtes            | <input type="checkbox"/> $G$ a une chaîne ayant 5 arêtes et 5 sommets différents |
| <input type="checkbox"/> $H$ a 9 arcs               | <input type="checkbox"/> $s'_0, s'_3, s'_2, s'_4, s'_1$ est un chemin de $H$     |
| <input type="checkbox"/> $G$ est connexe            |  |

**Question 2.** Le graphe ci-dessous est-il Eulérien ? Si oui, construire une chaîne passant une seule fois par chacune des arêtes. Si non, justifier votre réponse.

Justification :



Si  $x$  est un sommet d'un graphe, on notera  $d(x)$  le degré de  $x$ . Pour tout entier  $n \geq 2$ , on définit  $K_n$  le graphe ayant  $n$  sommets et tel qu'il existe une arête entre toutes paires de sommets disjoints du graphe.

**Question 3.** Dessiner ci-dessous le graphe  $K_4$  de sorte que ses arêtes soient des lignes droites et sans que deux arêtes ne se coupent. Si ce n'est pas possible, indiquer pourquoi.

Dessin ou explications :

**Question 4.** Exprimer en fonction de  $n$ , le degré d'un sommet  $x$  de  $K_n$  :  $d(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ , le nombre d'arêtes de  $K_n$  :  $|E(K_n)| = \underline{\hspace{2cm}}$

**Question 5.** Donner une condition nécessaire et suffisante sur  $n$  pour que  $K_n$  soit un graphe Eulérien.

Condition :

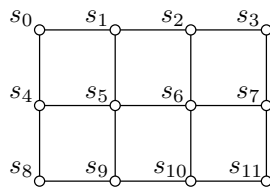
**Question 6.** On considère l'algorithme suivant que l'on applique sur un graphe  $G$  à  $n$  sommets et  $m$  arêtes. On suppose qu'avant d'appliquer l'algorithme, tous les sommets de  $G$  sont non marqués. Utiliser le type abstrait *centré sommets*.

```

pour i allant de 0 à nb_nodes(G)-1 faire
  s = node(G, i)
  degre = nb_edges(s)
  mark_node(s)
  j = 0
  tant que j < degre et que node_marked(s) faire
    e = edge(s, j)
    voisin = follow_edge(s, e)
    si node_marked(voisin)
      alors unmark_node(s)
    j = j+1

```

Appliquer cet algorithme sur le graphe suivant en indiquant les sommets qui restent marqués à la fin de l'algorithme avec la convention : sommet non marqués = sommet blanc, sommet marqué = sommet noir ou de couleur.



Exprimer en fonction de  $n$  et de  $m$  la complexité de l'algorithme.

Complexité :

**Question 7.** On dispose d'un programme  $P$  que l'on applique sur trois séries de graphes qui ont tous respectivement  $n$ ,  $2n$  et  $4n$  sommets. On observe que le temps d'exécution de  $P$  est en moyenne 40s pour la première série, 70 s pour la seconde et 130 s pour la troisième série. On s'interroge sur la complexité de  $P$ . La complexité est-elle  $O(n)$  ou  $O(n^2)$ ? Justifier votre réponse.

Réponse et justification :

**FIN.**