

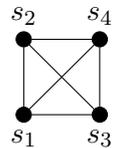
Indiquez votre numéro d'anonymat : No :

Question 1. Répondre par Vrai ou Faux en cochant la case correspondante (attention ! les réponses incorrectes seront comptées négativement) :

V | F

- | Si un graphe a n sommets et m arêtes, alors le degré moyen des sommets est égal à $\frac{m}{n}$.
- | Tout graphe connexe qui a n sommets a au moins n arêtes.
- | Tout graphe 2-coloriable est Eulérien.
- | Il existe un graphe ayant 235 sommets dont tous les sommets ont pour degré 7.
- | Si un graphe G est k -coloriable, tout graphe obtenu à partir de G en supprimant des arêtes est aussi k -coloriable.
- | Tout graphe Eulérien possède un cycle passant une seule fois par chaque arête.
- | Si un graphe G est Eulérien avec 0 sommets impairs, alors tout graphe obtenu en ajoutant une arête à G est aussi Eulérien.
- | Tout graphe sans cycle est 3-coloriable.

Question 2. Un graphe complet est un graphe dans lequel chaque sommet est relié à tous les autres sommets du graphe par une seule arête (mais pas à lui-même). On appelle $K(n)$ le graphe complet à n sommets. Par exemple, le graphe complet à 4 sommets, $K(4)$, est représenté sur la figure ci-contre.



1. Dessiner le graphe $K(5)$.

2. Calculer le nombre d'arêtes de $K(n)$ en fonction de n .

3. Le graphe $K(n)$ est-il connexe (pour toute valeur de n) ?

4. Pour quelles valeurs de n le graphe $K(n)$ est-il Eulérien ? Justifier.

5. Le graphe $K(4)$ est-il planaire (rappel : c'est-à-dire, peut-on le dessiner sans qu'aucune arête ne se croise) ? Si oui, faire un dessin, sinon, expliquer pourquoi en une phrase.

6. Quel est le nombre minimal de couleurs pour colorier $K(n)$? Justifier la réponse en une phrase.

