

Chapitre 19. Nombres, polynômes, ... (rappels)

- \mathbb{N} les entiers naturels, \mathbb{Z} les entiers relatifs, \mathbb{R} les réels.
- Opérations $+$, \times , $/$, div , mod , \max , \min correspondent respectivement à l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, la division entière, le reste de la division entière, le maximum, le minimum – toutes ces opérations ne sont pas forcément des lois.
- Compérateurs $=$, \neq , $>$, \geq , \leq , $<$, correspondent à l'égalité, la diségalité, supérieur strict, supérieur ou égal, inférieur ou égal, inférieur strict, ce sont des relations.
- Soit x un réel, $\lfloor x \rfloor$ est le plus grand entier p tel que $p < x$, tandis que $\lceil x \rceil$ est le plus petit entier p tel que $p > x$. Pour tout réel x on a :

$$x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil < x + 1$$

- Exponentielles : Pour tout réel $x \neq 0$, m et n on a les identités suivantes :

$$\begin{aligned} x^0 &= 1 \\ x^1 &= x \\ x^{-1} &= \frac{1}{x} \\ (x^m)^n &= (x^n)^m \\ (x^m)^n &= x^{mn} \\ x^m x^n &= x^{m+n} \end{aligned}$$

- Logarithmes : la notation $\ln(x)$ correspond au logarithme Népérien qui est la fonction inverse de l'exponentiation e^x . La notation $\log_a(x)$ correspond au logarithme en base a de x et est la fonction inverse de a^x . On a les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \forall a > 0, b > 0, c > 0, n \\ a &= b^{\log_b(a)} \\ \log_a(x) &= \frac{\ln(x)}{\ln(a)} \\ \log_c(ab) &= \log_c(a) + \log_c(b) \\ \log_b(a^n) &= n \log_b(a) \\ \log_b\left(\frac{1}{a}\right) &= -\log_b(a) \\ \log_b(a) &= \frac{1}{\log_a(b)} \\ a^{\log_b(n)} &= n^{\log_b(a)} \end{aligned}$$

- Polynômes : étant donné un entier n , un polynôme en x de degré n est une fonction (polynomiale) $f(x)$ de la forme :

$$f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

dans laquelle les constantes a_0, a_1, \dots, a_n sont les *coefficients* du polynôme et $a_n \neq 0$. Un polynôme est strictement positif *asymptotiquement* si $a_n > 0$.

