Chapitre 16. Puzzles logiques (hors-programme)

La notation des exercices « * » signifie qu'il s'agit d'une application directe des définitions, « ** » désigne les exercices que vous devez savoir résoudre, « *** » se rapporte à des exercices plus délicats à résoudre.

Exercice 16.0.1 (*)

Que pensez vous des assertions suivantes :

- A-1 Pour être séduisant, il suffit de porter un nœud papillon ; Alfred n'est pas séduisant **donc** Alfred n'a pas de nœud papillon.
- A-2 Pour réussir cet exercice, il faut garder la tête froide ; Vous ne perdez pas la tête **donc** Vous ne ratez pas l'exercice.
- A-3 Il faut et il suffit qu'il pleuve pour que l'escargot sorte ; l'escargot sort **donc** Il pleut.
- A-4 Si mon raisonnement est valide, je ne raterai pas cet exercice ; ou bien je rate mon exercice, ou bien la logique n'est pas facile ; la logique n'est pas facile **donc** mon raisonnement n'est pas valide.

Exercice 16.0.2 (* inspirée de [3])

Pour vider ses prisons, un roi impose aux prisonniers de choisir entre deux cellules. Dans chaque cellule, il y a soit un bourreau soit un trésor (liberté) mais pas les deux. Sur chaque cellule, une pancarte est apposée où l'on peut lire :

- [cellule 1] « Une cellule au moins contient un trésor »
- [cellule 2] « L'autre cellule contient un trésor »

On sait de plus que la pancarte de la cellule 1 dit vrai si et seulement si elle contient un trésor ; que la pancarte de la cellule 2 dit vrai si et seulement si elle contient un bourreau. Résoudre les questions suivantes en posant : a = « le bourreau est dans la cellule 1 » ; b = « le bourreau est dans la cellule 2 »

1. Écrire en langage propositionnel les formules correspondant aux énoncés des pancartes, on utilisera dans la suite F_i pour désigner la formule associée à la pancarte de la cellule i .
2. Quelle formule n'utilisant que les F_i correspond à la situation où l'on aurait un bourreau dans chaque cellule ?
3. Quelle formule n'utilisant que les F_i correspond à la situation où l'on aurait un trésor dans chaque cellule ?
4. Dans quelle cellule entrez vous ?
5. Et si les pancartes avaient été inversées ?

Exercice 16.0.3 (* tirée de [2])

Arthur, Bernard et Calvin sont soupçonnés d'avoir peint en vert le chat de la voisine. Ils font les déclarations suivantes :

Arthur : Bernard est le coupable, Calvin est innocent.

Bernard : Si Arthur est coupable, Calvin aussi.

Calvin : Je suis innocent mais au moins l'un des deux autres est coupable.

Transcrire les trois déclarations dans le langage de la logique en posant : $a =$ « Arthur est coupable », $b =$ « Bernard est coupable », $c =$ « Calvin est coupable ». Puis répondre aux questions suivantes :

1. Si Calvin a menti, que dire de la déclaration d'Arthur ?
2. Si Calvin a menti, que dire de la déclaration de Bernard ?
3. En supposant que tous disent la vérité, qui est coupable, qui est innocent ?
4. En supposant que tous sont coupables, qui a menti, qui a dit la vérité ?
5. En supposant que tout innocent dit la vérité et que tout coupable ment, qui est innocent, qui est coupable ?
6. En supposant que tout innocent ment, que tout coupable dit la vérité, que se passe-t-il ?
7. Que conclure, si tout le monde ment ?

Exercice 16.0.4 (*)

Deux personnes se promène dans un édifice, elles arrivent dans un couloir où trois portes sur lesquelles une fleur de couleur est stylisée.

Une seule proposition est vraie :

P1 Appuyez sur la fleur jaune ou bleue

P2 Appuyez sur la fleur bleue ou rouge

P3 Appuyez sur la fleur jaune

Quelle porte choisissez-vous ?

Continuant leur promenade ils arrivent à un embranchement de trois couloirs.

Une seule proposition est fausse :

C1 Prenez le couloir de droite ou du milieu

C2 Ne prenez ni le couloir de gauche ni celui du milieu

C3 Ne prenez ni le couloir de droite, ni celui du milieu

Quel couloir choisissez-vous ?

Un petit peu plus loin ils trouvent quatre escaliers.

E1 L'escalier montant conduit à un cul de sac

E2 Deux de ces assertions sont fausses

E3 L'un des trois escaliers descendants mènent à l'étape suivante

E4 Au plus de deux ces assertions sont vraies

Justifiez pourquoi il faut prendre l'escalier montant.

Vous aboutissez à une salle où sont disposées quatre statuette qui sont dans l'ordre « connaissance », « sagacité », « fécondité », « prospérité », il faut en sélectionner deux parmi quatre :

S1 Soit la connaissance, soit la prospérité ne doivent pas être choisie

S2 Soit la sagacité, soit la prospérité ne doivent pas être choisie

S3 Ne choisissez pas deux statuette voisines

Exercice 16.0.5 (* inspirée de [3])

Les habitants de l'île aux rêves se répartissent en **diurnes**, dont les énoncés sont vrais quand ils sont éveillés et faux quand ils sont endormis et les **nocturnes** dont les énoncés sont faux quand ils sont éveillés et vrais lorsqu'ils dorment. Établissez si les énoncés suivants sont vrais ou faux

1. « Un(e) habitant(e) éveillé(e) croit être diurne »
2. « Un(e) habitant(e) endormi(e) croit être nocturne »
3. « Un(e) diurne croit en permanence être éveillé(e) »
4. « Un(e) nocturne croit en permanence être endormi(e) »

En vous appuyant sur les assertions établies, répondez aux questions

1. Est-il vrai qu'un(e) habitant(e) de l'île croit toujours appartenir au même groupe diurne ou nocturne ?
2. Est-il vrai qu'un(e) habitant(e) de l'île croit toujours être dans le même état éveillé ou endormi ?
3. Une personne de l'île croit être endormie ou nocturne ou les deux. Déterminez, si possible, son groupe et son état
4. Une personne de l'île croit être diurne et endormie. Déterminez, si possible, son groupe et son état

Exercice 16.0.6 (** inspirée de [3])

Sur une île éloignée, les habitants ne s'expriment que par des questions, ce sont soit des **positifs**, soit des **négatifs**. Les positifs ne posent que des questions dont la réponse **vraie** est **oui**. Les négatifs ne posent que des questions dont la réponse **vraie** est **non**.

Par exemple, vous rencontrez deux habitants, Idriss et Lucie. Idriss vous dit « Lucie et moi, sommes-nous tous les deux des Négatifs ? »

1. Si la réponse **vraie** est « Oui », cela veut-dire que Idriss est un positif, donc que la question attend une réponse **vraie** « Non ». D'où une contradiction.
2. Si la réponse **vraie** est « Non », cela veut dire que Idriss est un négatif, donc, d'après la question que Lucie est une positive.

Ainsi, en fonction de la question et de la réponse **vraie**, il est parfois possible de déterminer la nature des habitants concernés par la question.

R-1 Quelle est votre conclusion si on vous demande « Suis-je un positif ? »

R-2 Quelle est votre conclusion si on vous demande « Suis-je un négatif ? »

R-3 Vous croisez deux personnes et on vous demande « Y-a-t-il un négatif parmi nous ? »

R-4 Vous croisez deux personnes, l'une demande à la seconde « Pourrais-tu me demander si mon type est positif ? »

R-5 Vous croisez deux personnes, l'une demande à la seconde « Pourrais-tu me demander si l'un.e de nous deux au moins est négatif ? »

R-6 Montrez que Si X est positif, aucun.e autochtone ne peut lui poser la question « Sommes-nous de type différent ? »

R-7 Montrez que Si X est négatif, tout.e autochtone peut lui poser la question « Sommes nous de type différent ? »

R-8 Trois autochtones (A, B et C) vont à la pêche, A demande à B « Peux-tu demander à C, si elle peut te demander, si elle et toi êtes de type différent ? »

Exercice 16.0.7 (**)

Sur la planète « Gloubiboulga », la population est partagée entre *véridiques* qui disent toujours la vérité et *menteurs* qui mentent toujours – aucun signe distinctif ne permet de déterminer la nature de vos interlocuteurs. Vous débarquez sur Gloubiboulga et rencontrez un couple, vous vous êtes muni de votre ia traductrice « La rousse » pour servir d'intermédiaire.

1. Vous interrogez le premier « Êtes vous un véridique ? », la réponse retransmise par l'ia est « Shrouk »
2. Vous vous tournez vers le second avec un air interrogateur et celui-ci gloubiboulgonne « ... » que l'ia traduit en « Il a dit **oui** mais c'est un menteur ! »

Quelle est votre analyse de la situation en supposant que « La rousse » a bien rempli son office ?

Exercice 16.0.8 (**)

Vous vous êtes égaré sur la planète « TroiZanN'un » réputée pour son accueil et ses cellules familiales composées d'un « véridique », qui dit toujours la vérité, d'un « menteur » mentant systématiquement et d'un « alternant », qui ne dit jamais deux mensonges consécutifs, ni deux fois de suite une vérité.

Vous abordez un trio à qui vous demandez votre chemin, il n'y a qu'une seule direction correcte.

- **A-1** Allez tout droit
- **B-1** Allez à gauche ou je suis le menteur
- **C-1** Allez à droite ou je ne suis pas l'alternant

Vous êtes un peu perplexe, vous décidez d'en savoir plus sur qui est qui dans cette famille

- **A-2** C est le menteur et B le véridique

- **B-2** L'un de nous trois est le menteur
- **C-2** Je suis le véridique

Déterminez la direction à prendre ainsi que le type de chaque membre de la cellule familiale.

Exercice 16.0.9 (inspirée de [3])**

Ce monde est habité par des **véridiques**, qui ne disent que des énoncés vrais et des **menteurs**, qui ne disent que des énoncés faux, en sachant qu'ils sont faux. Un virus atteint une partie de la population, les véridiques porteurs du virus (Vv) ne disent que des énoncés faux, tout en croyant qu'ils sont vrais. Les menteurs porteurs du virus (Mv) ne prononcent que des énoncés vrais, tout en étant persuadés de leur fausseté. On notera **Vs** un véridique qui n'est pas porteur du virus et **Ms** un menteur qui n'est pas atteint du virus.

Deux habitants A et B sont arrêtés après avoir commis un délit. A n'émet que des énoncés sur B, B ne fait que des énoncés sur A. Chacun fait deux énoncés distincts, le premier sur le type, l'autre sur le virus.

1. Résoudre le cas particulier suivant

- A-1 « B est un menteur »
- A-2 « B est porteur du virus »
- B-1 « A est un véridique »
- B-2 « A n'est pas porteur du virus »

2. Combien y-a-t-il de problèmes différents ?

3. Montrez que, pour chaque problème, il n'y a qu'un seul modèle.

4. Donnez un exemple où le fait de donner deux énoncés distincts par personne, n'est pas identique à faire un énoncé qui serait la conjonction des deux pour chaque personne.

Exercice 16.0.10 (* tiré de Jeux & Stratégie numéro 3)**

Alfred, 30 ans ; Baptiste, 27 ans ; Charly, 33 ans sont accusés d'avoir participé à plusieurs forfaits. On sait qu'ils sont les seuls à pouvoir être responsables, et on ne dispose que d'informations (vraies) provenant de sensitifs.

- [Bijouterie] La peine encourue est de 6 ans, on dispose de quatre affirmations :
 - A-1 Si Charly est innocent, Alfred est coupable.
 - A-2 Si Alfred est coupable, il a agi avec un et un seul complice.
 - A-3 Si Baptiste n'a pas participé à l'attaque, Charly non plus.
 - A-4 S'il y a deux responsables, Alfred est l'un d'eux.
- [Banque] La peine est de 7 ans, on a quatre affirmations :
 - B-1 Si Baptiste est coupable, Charly aussi.
 - B-2 Pour les hold-up de banques, Alfred ne fait jamais équipe avec Charly.
 - B-3 Si Alfred est coupable et Baptiste hors du coup alors Charly est coupable.
 - B-4 Charly n'a pas pu faire ce genre de boulot tout seul.
- [Pharmacie] La peine est de 4 ans, trois affirmations :

C-1 Si Alfred est coupable, Baptiste est innocent.

C-2 Si Baptiste est coupable, il a un et un seul complice.

C-3 Si Charly est coupable, Alfred et Baptiste aussi

Q-1 Mettre chaque assertions en **fnc**

Q-2 Déterminer « qui est coupable de quoi ? », ainsi que la durée des peines de chacun.

Q-3 Quelle est la drôle de conséquence que l'on peut tirer ?

Exercice 16.0.11 (* tiré de Jeux & Stratégie numéro 4)**

Vous devez embarquer pour la planète QUOLGIE, mais pour vérifier votre aptitude à survivre sur cette planète vous devez subir un dernier test. Vous êtes accompagné d'un robot, R, qui dit toujours la vérité.

- La première étape de ce test est de localiser la salle de contrôle. R « Tout ce que je peux vous dire, c'est qu'au moins une indication est juste et au moins une est fausse. »

P-1 Pas de contrôle porte P-2.

P-2 Pas de contrôle ici.

P-3 Contrôle ici.

- La seconde étape sera de localiser la salle d'enregistrements. R « Suivez les indications, il y en a au plus une qui est exacte. »

Q-1 Enregistrement ici.

Q-2 Pas d'enregistrement ici.

Q-3 Pas d'enregistrement porte Q-2.

- Troisième étape trouver le secteur de douane. R « Les tubes d'accès au secteur de douanes sont munis de portiers intégrés. Chacun d'entre eux ne peut proférer plus d'un mensonge. »

T-1 Pas d'accès aux douanes ici, l'inspection dure 10'.

T-2 Pas d'accès aux douanes par le tube T-1, l'inspection dure 2'.

T-3 Pas d'accès aux douanes ici, accès par le tube T-2.

- Dernière étape, localiser la porte 7. R « Méfiez vous de l'une des portes en permanence, elle ment. Envers l'autre soyez confiant, elle ne dit que la vérité. Quant à la dernière au mensonge elle joint la vérité. »

A-1 La porte 7 n'est pas ici, c'est la porte A-2.

A-2 La porte 7 n'est pas ici, c'est la porte A-3.

A-3 La porte 7 ce n'est pas la porte A-2, c'est la porte A-1.

Exercice 16.0.12 (* tirée de [4])**

Un tournoi de tennis en double mixte oppose cinq équipes venues de Paris, Marseille, Lyon, Toulouse et Nice. Les prénoms des participants sont Driss, Jules, Issa, Nolan, Brian. Ceux des participantes sont Amira, Diwen, Gwen, Ouisa, Wendy.

- Amira et son partenaire qui sont de Marseille, ont confié à Jules leur déception de ne pas avoir été dans les deux premières paires.

- Nolan en a assez d'entendre les Niçois se plaindre de leur 5ème place. Il demande à Diwen et son partenaire s'ils sont contents d'être 3ème.
- Pour fêter leur victoire, Issa et sa partenaire ont invité à déjeuner Gwen et les Toulousains.
- Les joueurs de Lyon confirment à Wendy qu'ils ne sont ni 3ème, ni 4ème.
- Avant d'aller dire au revoir aux Toulousains et aux Niçois, Ouisa et Brian décident de continuer leur paire l'an prochain.
- Driss et sa partenaire ne sont pas 3ème.

Retrouvez la composition de chaque équipe, sa ville et son classement.