

## Tableaux de Young et fonctions de Schur

### Références

1. W. Fulton, *Young tableaux*
2. L. Manivel, *Fonctions symétriques, polynômes de Schubert et lieux de dégénérescence*
3. B. Sagan, *The Symmetric Group*
4. I. Macdonald, *Symmetric functions and Hall polynomials*
5. A. Garsia, M. Haiman, *Orbit harmonics and graded representations* (preprint, disponible sur la page de Garsia)

### I Opérations sur les tableaux (cf. [1])

1. Définitions  
*diagramme, partition, tableau, tableau standard, tableau de Young, nombres de Kostka  $K_{\lambda\mu}$ ,  $f_\lambda$ , mot d'un tableau*
2. Insertion et glissement  
*procédé d'insertion, insertion d'un mot, chemin d'insertion, produit de 2 tableaux (1ère def.), tableau gauche, glissement, redressement, jeu de taquin, produit de 2 tableaux (2ème def.)*
3. Monoïde plaxique  
*relations de Knuth, équivalence de Knuth, compatibilité avec le jeu de taquin, Théorème Central, applications*
4. Sous-mots croissants, preuve du Théorème Central  
*sous-mots croissants, preuve du T.C.*
5. RSK  
*correspondance de Robinson-Schensted,  $\sum f_\lambda^2 = n!$ , théorème de symétrie (ombres de Viennot), applications*
6. Fonctions de Schur  
*définition (par les tableaux) de  $s_\lambda$ , symétrie de  $s_\lambda$*
7. Règle de Littlewood-Richardson  
*énoncé, preuve*

### II Fonctions symétriques (cf. [2,4])

1. Définitions de base  
*polynômes symétriques,  $m_\lambda, h_\lambda, e_\lambda, p_\lambda$ , identités de base, Théorème Fondamental*
2. Fonctions de Schur  
*définition de Jacobi, formules de Pieri, développement des  $s_\lambda$  en  $h_\mu$  et  $e_\mu$  (nombres de Kostka), théorème de Littlewood, formules de Jacobi-Trudi (par Gessel-Viennot)*
3. Bases duales et noyau de Cauchy  
*formules de Cauchy-Littlewood, noyau de Cauchy, autres formules de Cauchy, bases duales, formule des équerres*

### III Représentations du groupe symétrique (cf. [3])

1. Théorie de la représentation des groupes finis  
*représentation, caractère*
2. Représentations irréductibles de  $S_n$   
*action sur les tableaux, tabloïdes, polynômes de Garnir, module de Specht  $S^\lambda$ , Théorème Fondamental,  $\sum f_\lambda^2 = n!$ , transformée de Frobenius, anneau des caractères (idempotents de Young)*

### IV Géométrie algébrique (cf. [5])

1. Harmoniques du groupe symétrique  
*Vandermonde  $\Delta_n$ , espace  $\mathbf{H}_n$ ,  $S^\lambda \subset \mathbf{H}_n$ ,  $\mathbf{H}_n = \mathcal{L}_\partial[\Delta_n]$  (manque \*)*
2. Invariants et coinvariants  
*action du groupe symétrique sur les polynômes, invariants, idéal engendré  $\mathcal{I}_n$ , quotient, coinvariants  $Q_n$ , orthogonal  $\mathbf{H}_n$ ,  $\dim \mathbf{H}_n \leq n!$  (\*)*
3. Harmoniques orbitales  
*orbite  $[\alpha]$  d'un point  $\alpha$ , point régulier,  $\mathbb{Q}[\alpha]$ , interpolation multivariée,  $\dim \mathbb{Q}[\alpha] = n!$ ,  $\mathbf{H}[\alpha]$ , représentation régulière,  $\mathbf{H}_n = \mathbf{H}[\alpha]$ , idéal de monômes*
4. Polynômes de Schubert  
*polynômes de Schubert*

### V Hall-Littlewood et Macdonald

1. Les polynômes de Hall-Littlewood (cf. [2])  
*Formule de Kostant, polynômes de Kostka-Foulkes, fonctions de Hall-Littlewood, statistique de la charge, Conjecture de Foulkes (Théorème de Lascoux-Schützenberger)*
2. Les polynômes de Macdonald  
*définitions, représentations de Garsia-Haiman, Conjecture  $n!$  (Théorème de Haiman), résultats, questions ouvertes*