

Combinatoire des permutations alternantes

Sujet de mémoire de M1 proposé par
Jean-Christophe Aval, Valentin Féray (LaBRI, Bordeaux)

Une permutation de n est une suite finie contenant exactement une fois chaque entier entre 1 et n . Elle est dite alternante si le deuxième élément est plus grand que le premier, le troisième plus petit que le deuxième, le quatrième plus grand que le troisième et ainsi de suite. Le nombre E_n de permutations alternantes de taille n est appelé nombre d'Euler.

Ces objets très simples sont liés à divers domaines mathématiques. Désiré André [And79] a trouvé une connection avec les fonctions trigonométrique en 1879. Par ailleurs, les permutations alternantes sont en bijection avec diverses familles d'arbres. Plus récemment, Persi Diaconis a utilisé ces objets pour étudier des matrices tridiagonales bistochastiques aléatoires [Dia10]. Un article de survol a récemment été écrit par R. Stanley [Sta09] sur le sujet.

L'objectif de ce mémoire de Master 1 est de redémontrer quelques résultats de l'article de R. Stanley (qui en donne des preuves *rapides*) sur les permutations alternantes : relations de récurrence des nombres d'Euler et de certains raffinements, séries génératrices, bijections avec d'autres objets combinatoires. Cela permettra à l'étudiant de se familiariser avec les principales méthodes en combinatoire énumérative.

Références

- [And79] D. André. Développement de $\sec x$ et $\operatorname{tg} x$. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris*, 88 :965–979, 1879.
- [Dia10] P. Diaconis. Random doubly stochastic tridiagonal matrices. available on the web, 2010.
- [Sta09] R.P. Stanley. A Survey of Alternating Permutations. *Arxiv preprint arXiv :0912.4240*, 2009.